Mathematik - Vorkurs
Übungsaufgaben 5. Tag - Lösungen

Gleichungen/Formeln aus der Physik

Formeln umstellen

5.1.1

$v = a \cdot t + v_0$ nach t

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

5.1.2

$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v \cdot t + s_0$ nach t

$$t_{1/2} = -\frac{v}{a} \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} - \frac{2(s_0 - s)}{a}}$$

5.1.3 Wachstums- und Zerfallsfunktion

$f(t) = a \cdot e^{kt}$ nach $t = T_V$ (Verdopplungszeit) mit $f(T_V) = 2a$

$$T_V = \frac{\ln(2)}{k}$$

$N = N_0 \cdot e^{-kt}$ nach $t = T_H$(Halbwertszeit) mit $N = \frac{1}{2}N_0$

$$T_H = \frac{\ln(2)}{k}$$

5.1.4

$k = \ln\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ (p in %, k – Wachstumsfaktor) nach p

$$p = \left(e^k - 1\right) \cdot 100$$

5.1.5

Radialkraft $F_r = \frac{m \cdot v^2}{r}$ nach r und v mit Maßeinheitsbetrachtung

$$r = \frac{m \cdot v^2}{F_r} \quad \text{Maßeinheit}: [r] = \frac{kg\frac{m^2}{s^2}}{N} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^2}{kg \cdot m \cdot s^2} = m$$

$$v = \sqrt{\frac{F_r \cdot r}{m}} \quad \text{Maßeinheit}: [v] = \sqrt{\frac{N \cdot m}{kg}} = \sqrt{\frac{kg \cdot m^2}{kg \cdot s^2}} = \frac{m}{s}$$

5.1.6

Beschleunigungsarbeit $W = \frac{m}{2} \cdot v^2$ nach m mit Maßeinheitsbetrachtung

$$m = \frac{2W}{v^2} \quad \text{Maßeinheit}: \left[m\right] = \frac{N \cdot m}{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^2}{m^2 \cdot s^2} = kg$$

5.1.7

Parallelschaltung von Widerständen $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ nach R_1

mit Maßeinheitsbetrachtung

$$R_1 = \frac{R \cdot R_2}{R_2 - R} \quad \text{Maßeinheit}: \left[R_1\right] = \frac{\Omega^2}{\Omega} = \Omega$$

5.1.8

relativistische Masse $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ nach $\frac{v}{c}$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{m_0^{\,2}}{m^2}}$$

5.1.9

Gravitationsgesetz $F = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ $(\gamma \approx 6{,}670 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2})$ nach r

mit Maßeinheitsbetrachtung (analog Coulombsches Gesetz)

$$r = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M \cdot m}{F}} \quad \text{Maßeinheit}: \left[r\right] = \sqrt{\frac{N \cdot m^2 \cdot kg^2}{kg^2 \cdot N}} = m$$

5.1.10

Plattenkondensator $C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{s}$ (A – Fläche, $\varepsilon_0 \approx 8{,}86 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$) nach s

mit Maßeinheitsbetrachtung

$$s = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{C} \quad \text{Maßeinheit}: \left[s\right] = \frac{As \cdot m^2 \cdot V}{Vm \cdot As} = m$$

5.1.11

magnetischeFlussdichte $B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l}$ $(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}, 1H = \frac{Vs}{Am})$ nach I

mit Maßeinheitsbetrachtung

$$I = \frac{B \cdot l}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot N} \quad \text{Maßeinheit}: \left[I\right] = \frac{Vs \cdot m}{m^2 \cdot H} = \frac{Vs \cdot m \cdot Am}{m^2 \cdot Vs} = A$$

Leiten Sie her

5.2.1

$$v = \sqrt{2gs} \quad \text{aus} \quad s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad \text{und} \quad v = g \cdot t$$

$$\left.\begin{array}{l} v = g \cdot t \;\rightarrow\; v^2 = g^2 \cdot t^2 \\ s = \dfrac{g}{2} t^2 \;\rightarrow\; t^2 = \dfrac{2s}{g} \end{array}\right\} v^2 = g^2 \cdot \frac{2s}{g} \;\rightarrow\; v = \sqrt{2g \cdot s}$$

5.2.2

$h = \dfrac{{v_0}^2}{2g}$ Steighöhe beim senkrechten Wurf

aus $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ und $E_{kin} = \dfrac{m}{2} \cdot {v_0}^2$

$$E_{pot} = E_{kin}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

5.2.3

$t_S = \dfrac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$ Steigzeit beim schrägen Wurf

aus $v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha)$ und $v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha)$ mit $v_y(t_S) = 0$

$-g \cdot t_S + v_0 \cdot \sin(\alpha) = 0$ (im höchsten Punkt)

$$g \cdot t_S = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

$$t_S = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

5.2.4

$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$ Thomsonsche Schwingungsgleichung

aus $X_L = \omega \cdot L$ und $X_C = \dfrac{1}{\omega \cdot C}$

$$
\begin{aligned}
X_L &= X_C \\
\omega \cdot L &= \frac{1}{\omega \cdot C} \\
\omega^2 &= \frac{1}{L \cdot C} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \\
T &= 2\pi\sqrt{L \cdot C}
\end{aligned}
$$

5.2.5

$h = 18420\left(\lg(p_0) - \lg(p_h)\right)$

aus $p_h = p_0 \cdot e^{\frac{-h}{c}}$ ($c \approx 8000\,\text{m}$, Temperaturkonstante)

$$p_h = p_0 \cdot e^{\frac{-h}{c}} \rightarrow e^{\frac{h}{c}} = \frac{p_0}{p_h} \rightarrow \frac{h}{c} = \ln\left(\frac{p_0}{p_h}\right)$$

aus $\ln(x) = \dfrac{\lg(x)}{\lg(e)}$ folgt mit $\dfrac{1}{\lg(e)} \approx 2{,}3026$

$$\frac{h}{c} = \frac{1}{\lg(e)} \cdot \lg\left(\frac{p_0}{p_h}\right) \approx 2{,}3026 \cdot \lg\left(\frac{p_0}{p_h}\right)$$

$$\frac{h}{c} \approx 2{,}3026 \cdot \left(\lg(p_0) - \lg(p_h)\right),$$

$$h \approx c \cdot 2{,}3026 \cdot \left(\lg(p_0) - \lg(p_h)\right)$$

NR: $c \cdot 2{,}3026 = 8000 \cdot 2{,}3026 = 18420{,}68 \approx 18420$

$$h = 18420 \cdot \left(\lg(p_0) - \lg(p_h)\right)$$