Mathematik – Vorkurs
Übungsaufgaben 1. Tag - Lösungen

Bruchrechnung

1.1.1 Berechnen Sie folgende Brüche:

a) $\frac{7}{13}-\frac{2}{39}+\frac{1}{2}=\frac{77}{78}$ b) $\frac{8}{49}-\frac{5}{63}+\frac{7}{9}=\frac{380}{441}$ c) $\frac{1}{3}-\frac{1}{9}+\frac{1}{29}-\frac{1}{81}+\frac{1}{243}=\frac{1751}{7047}$

d) $\frac{7}{13}\cdot\frac{39}{2}\cdot\frac{8}{3}=28$ e) $\frac{7}{13}:\frac{21}{39}=1$ f) $\left(\frac{7}{46}+\frac{3}{2}\right):\left(\frac{5}{69}-\frac{2}{3}\right)=-\frac{114}{41}$

1.1.2 Vereinfachen Sie folgende Mehrfachbrüche:

a) $\frac{1-\frac{6}{7}}{1+\frac{6}{7}}=\frac{1}{13}$ b) $\frac{1-\frac{6}{7}}{1-\frac{7}{6}}=-\frac{6}{7}$ c) $\frac{\frac{4}{3}-\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}+\frac{4}{5}}=\frac{35}{123}$ d) $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}=\frac{13}{77}$

1.1.3 Multiplizieren Sie die Klammern aus und ordnen Sie nach Potenzen

a) $\left(4x+\frac{1}{3}\right)\left(7x-\frac{8}{5}\right)+\frac{3}{7}\left(35-\frac{x}{15}\right)-27\left(x^2-\frac{2}{9}\right)=x^2-4\frac{2}{21}x+20\frac{7}{15}$

b) $\left(\frac{x}{2}-\frac{x^2}{5}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{x}{4}\right)=x^2-4\frac{2}{21}x+20\frac{7}{15}$

c) $\left(1-\frac{t}{2}+\frac{t^2}{6}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{t}{7}\right)=-\frac{1}{42}t^3+\frac{19}{168}t^2-\frac{15}{56}t+\frac{1}{4}$

d) $\left(1-\frac{a}{2}\right)\left(1-\frac{a}{3}\right)\left(1-\frac{a}{4}\right)\left(1-\frac{a}{5}\right)=\frac{1}{120}a^4-\frac{14}{120}a^3+\frac{71}{120}a^2-\frac{77}{60}a+1$

1.1.4 Vereinfachen Sie folgende Doppelbrüche und geben Sie an, für welche reellen Werte x und y die Ausdrücke definiert sind:

a) $\frac{\frac{1}{x-2y}+\frac{1}{x+2y}}{\frac{1}{x-2y}-\frac{1}{x+2y}}=\frac{x}{2y}$ $\left(x,y\in\mathbb{R};x\neq 2y;x\neq -2y;y\neq 0\right)$

b) $\dfrac{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{xy}+\dfrac{1}{y^2}}{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}}=\dfrac{y-x}{y+x}$ $\qquad (x,y\in\mathbb{R}; x\neq 0; y\neq 0; x\neq y; x\neq -y)$

Mengen

1.2.1 Gegeben Sind die Mengen $A=\{1;2;4;6;8;9;13\}$, $B=\{0;2;5;7\}$, $C=\{4;7;8;11\}$ und $D=\{4;8;9;13\}$. Bestimmen Sie damit folgende Mengen:

a) $A\cap B=\{2\}$ b) $A\cup B=\{0;1;2;4;5;6;7;8;9;13\}$ c) $D\cap A=\{4;8;9;13\}$

d) $(B\cup C)\cap D=\{4;8\}$ e) $D\setminus C=\{9;13\}$ f) $C\setminus D=\{7;11\}$

g) $(A\setminus C)\setminus B=\{1;6;9;13\}$ h) $(A\cap C)\cup(B\cap D)=\{4;8\}$

1.2.2 Finden Sie geeignete Mengenoperationen, mit denen Sie aus den Mengen der vorigen Aufgabe und E = {6} nachfolgende Mengen bilden können:

a) $X=\{1\}=((A\setminus D)\setminus E)\setminus B$ b) $Y=\{\ \}=B\cap E$ c) $Z=\{7;11\}=C\setminus D$

d) $U=\{11\}=(C\setminus B)\setminus D$

1.2.2 Bestimmen Sie jeweils Vereinigungs- und Schnittmenge der beiden Intervalle. Das Ergebnis ist grafisch auf dem Zahlenstrahl darzustellen:

a) $(-2;\ 1{,}5)\cup(-7;\ 0)=(-7;\ 1{,}5)$ und $(-2;\ 1{,}5)\cap(-7;\ 0)=(-2,\ 0)$

b) $(-\infty;\ 3)\cup[3;\ 10]=(-\infty;\ 10]$ und $(-\infty;\ 3)\cap[3,\ 10]=\varnothing$

c) $(-1;\ 7)\cup[-10;\ \pi]=[-10;\ 7)$ und $(-1;\ 7)\cap[-10;\ \pi]=(-1;\ \pi]$

d) $(-2{,}7;\ 2{,}3)\cup(2{,}3;\ 18]=(-2{,}7;\ 2{,}3)\cup(2{,}3;\ 18]$
und $(-2{,}7,\ 2{,}3)\cap(2{,}3;\ 18]=\varnothing$

1.2.3 Gegeben sind Mengen geordneter Zahlenpaare (x,y).
Stellen Sie die zugehörigen Punkte in der xy-Eben dar:

a) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=2x+1\}$ alle Punkte der Gerade $y=2x+1$

b)

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x\}$ alle Punkte auf der Gerade $y = x$
und alle Punkte rechts davon

c)

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -1\}$ alle Punkte auf der Parallelen zur x – Achse mit $y = -1$

d)

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$ alle Punkte auf der x – und y – Achse, auch $(0;0)$

1.3 Ergänzen Sie in der Tabelle die logischen Symbole

Aussage A	" $\wedge$ " und bzw. " $\vee$ " einschl. oder	Aussage B	" $\Rightarrow$ " bzw. " $\Leftrightarrow$ "	Aussage C
(x = 5)	$\wedge$	(y = 7)	$\Rightarrow$	(xy = 35)
(a = 4)	$\vee$	(b = 5)	$\Leftrightarrow$	((a-4)(5-b)=0)
(y=x:13)	$\wedge$	(y = 2)	$\Rightarrow$	(x = 26)
(u ist durch 3 teilbar)	$\wedge$	(u ist durch 5 teilbar)	$\Leftrightarrow$	(u ist durch 15 teilbar)

1.4 Bestimmen Sie jeweils die **Definitionsmenge D und die Lösungsmenge L** folgender Gleichungen und Ungleichungen:

a)

$2(x+7)=(x+1)(3x-4)-3x^2$

$D = \mathbb{R}$

$L = \{x = -6\}$

b)

$x + 4 > 7(5 - x)$

$D = \mathbb{R}$

$L = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{31}{8}\right\}$

c)

$\frac{x+12}{x-8} - \frac{18}{x+2} = 2 - \frac{x-8}{x+2}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-2;8\}$

$L = \{x = 33\}$ oder : $\underline{\underline{x = 33}}$

d)

$3(x+2) - 4x < 3(2x-1) + 4$

$D = \mathbb{R}$

$L = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{5}{7}\right\}$