1. Zahlenfolgen

Eine Zahlenfolge ist eine fortlaufend nummerierte Menge mathematischer Objekte, welche einer Bildungsvorschrift unterliegen. Der Index ist immer eine natürliche Zahl. Eine Zahlenfolge heißt explizit, wenn für die Ermittlung eines beliebigen Gliedes nur das erste benötigt wird. Bsp.:

$a_n = 2 * n$ (Folge der geraden Zahlen)

Eine Zahlenfolge heißt implizit, wenn für die Ermittlung ein beliebiges Element das Vorgängerglied benötigt wird. Bsp.:

$a_{n+1} = a_n + 2$ $a_0 = 1$ (Folge der ungeraden Zahlen)

2. Arithmetische Zahlenfolgen

Eine Zahlenfolge heißt arithmetisch, wenn die Differenz zwischen zwei beliebigen aufeinanderfolgenden Elementen immer gleich ist.

Explizite Darstellung: $a_n = a_0 + d * n$

Implizite Darstellung: $a_{n+1} = a_n + d$ $a_0 = ...$

Sind nur Glieder der Zahlenfolge bekannt, die Bildungsvorschrift jedoch nicht, kann mittels folgender Gleichung die Differenz zwischen 2 aufeinander folgenden Gliedern berechnet werden:

$a_{n+k} - a_n = d * k$

Bsp.:

Explizite Darstellung: $a_n = 10 + 5 * n$

Implizite Darstellung: $a_{n+1} = a_n + 5$ $a_0 = 10$

$a_0 = 10, a_1 = 15, a_2 = 20, a_3 = 25, a_4 = 30, a_5 = 35, ...$

$a_4 - a_2 = 30 - 20 = 2 * d$

$d = 5$

3. Geometrische Zahlenfolgen

Eine Zahlenfolge heißt geometrisch, wenn der Faktor zwischen zwei aufeinanderfolgenden Gliedern konstant ist.

Explizite Darstellung: $a_n = a_0 * q^n$

Implizite Darstellung: $a_{n+1} = a_n * q \qquad a_0 = ...$

Sind nur Glieder der Zahlenfolge bekannt, die Bildungsvorschrift jedoch nicht, kann mittels folgender Gleichung der Faktor zwischen 2 aufeinander folgenden Gliedern berechnet werden:

$\frac{a_{n+k}}{a_n} = q^k$

Bsp.:

Explizite Darstellung: $a_n = 3 * 2^n$

Implizite Darstellung: $a_{n+1} = a_n * 2 \qquad a_0 = 3$

$a_0 = 3, a_1 = 6, a_2 = 12, a_3 = 24, a_4 = 48, a_5 = 96, ...$

$\frac{a_5}{a_2} = q^3$

$q = \sqrt[3]{\frac{96}{12}} = \sqrt[3]{8} = 2$

4. Monotonie

Eine Zahlenfolge ist

Streng monoton wachsend, wenn:	$0 < a_{n+1} - a_n$
monoton wachsend, wenn:	$0 \leq a_{n+1} - a_n$
streng monoton fallend, wenn:	$0 > a_{n+1} - a_n$
monoton fallend, wenn:	$0 \geq a_{n+1} - a_n$
alternierend, wenn:	$a_n * a_{n+1} < 0$

Bsp.:

$a_n = 10 + 5 * n$

$a_0 = 10, a_1 = 15, a_2 = 20, a_3 = 25, a_4 = 30, a_5 = 35, ...$

$a_{n+1} = 10 + 5 * (n + 1) = 15 + 5 * n$

$a_{n+1} - a_n$

$(15 + 5 * n) - (10 + 5 * n)$

$5 > 0$ → streng monoton wachsend

5. Schranken

Eine Zahlenfolge ist nach oben beschränkt, wenn ein Wert S_O existiert, für den gilt:

$S_O \geq a_n$

Die kleinste obere Schranke wird obere Grenze, bzw. Supremum genannt.

Eine Zahlenfolge ist nach unten beschränkt, wenn ein Wert S_U existiert, für den gilt:

$S_U \leq a_n$

Die größte untere Schranke wird untere Grenze, bzw. Infimum genannt.

Erreicht eine Zahlenfolge die obere Grenze, so ist es gleichzeitig das Maximum der Zahlenfolge. Wird die untere Grenze erreicht, so ist es das Minimum.

Bsp.:

$a_n = 2 * 0{,}5^n$

Supremum:	2	Infimum:	0
Maximum:	2	Minimum:	-