

Geometrische Zahlenfolge Beispiel 2

Bsp.: Durch Kernzerfall verringert sich die Masse des radioaktiven Isotops Iod 131 pro Tag um 9,5 %. Das heißt: Die an einem bestimmten Tag vorhandene Masse beträgt jeweils 90,5 % der Masse des Vortags.

- a) Welche Masse an Iod 131 ist nach 1 Tag, nach 2,3,4 bzw. 5 Tagen von ursprünglich 1000 mg vorhanden?
- b) Der Zerfallsprozess lässt sich durch eine geometrische Folge beschreiben. Die rekursive und die explizite Darstellung ist anzugeben.
- c) Nach wie viel Tagen ist aufgrund des Kernzerfalls nur noch die Hälfte der Ursprungsmasse vorhanden?

Lösung:

explizite Bildungsvorschrift: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

rekursive Bildungsvorschrift: $a_{n+1} = a_n \cdot q$

a) $a_1 = 1.000 \text{ mg} \rightarrow a_2$ ist 90,5 % von $a_1 = 905 \text{ mg}$

$$a_2 = 905 \text{ mg}$$

$$a_3 = 819 \text{ mg}$$

$$a_4 = 741,2 \text{ mg}$$

$$a_5 = 670,8 \text{ mg}$$

b) Mit $a_1 = 1.000 \text{ mg}$ und $q = 0,905$ erhält man die

- explizite Bildungsvorschrift: $a_{n+1} = a_n \cdot 0,905$
- rekursive Bildungsvorschrift: $a_n = 1.000 \cdot 0,905^{n-1}$

c) Zu bestimmen ist n für $\frac{a_1}{2}$:

Aus $\frac{a_1}{2} = a_1 \cdot q^{n-1}$ folgt nach Division mit a_1

$$\frac{a_1}{2} : a_1 = \frac{a_1}{2} \cdot \frac{1}{a_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = q^{n-1} \text{ und Logarithmieren}$$

$$\ln \frac{1}{2} = (n-1) \ln q$$

$$\frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln q} = n - 1$$

$$\frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln 0,905} = n - 1$$

$$n - 1 = 7$$

$$n = 8$$

Etwa nach 8 Tagen ist die Ausgangsmasse auf die Hälfte zerfallen. Mit anderen Worten: Die Halbwertszeit von Iod 131 beträgt 8 Tage.