

Analoge Modulationsverfahren und Rundfunktechnik

Begleitmaterial zum Buch

Grundlagen der digitalen Kommunikationstechnik

Übertragungstechnik – Signalverarbeitung – Netze

Carsten Roppel

E-Mail: c.ropfel@fh-sm.de

Fachbuchverlag Leipzig, 2006



Inhaltsverzeichnis

1	Übersicht	2
2	Amplitudenmodulation (AM)	3
2.1	AM-Signale, Spektren und Übertragungsbandbreite	3
2.2	Modulation und Demodulation von AM-Signalen	6
2.3	Störverhalten	11
3	Frequenzmodulation (FM)	17
3.1	Winkelmodulation	17
3.2	FM-Signale, Spektren und Übertragungsbandbreite	18
3.3	Modulation und Demodulation von FM-Signalen	21
3.4	Störverhalten	24
4	Rundfunk- und Fernsehtechnik	28
4.1	Analoger Hörrundfunk	28
4.2	Analoger Fernsehrundfunk	30
	Literaturverzeichnis	32

1 Übersicht

Analoge Modulationsverfahren sind heute insbesondere für den Hörrundfunk von Bedeutung. Hier ist die Amplitudenmodulation in den Lang-, Mittel- und Kurzwellenbändern sowie die Frequenzmodulation im Ultrakurzwellenbereich zu finden. Während der analoge terrestrische Fernsehrundfunk durch DVB-T (Digital Video Broadcasting Terrestrial) weitgehend abgelöst wurde, konnte sich der analoge Hörrundfunk bisher gegen digitale Varianten (DAB: Digital Audio Broadcasting, und DRM: Digital Radio Mondiale) behaupten.

Auch wenn die Bedeutung analoger Modulationsverfahren immer mehr abnimmt und sie durch digitale Verfahren ersetzt werden, so ist doch das Studium dieser Verfahren lohnend. Neben der praktischen Bedeutung im Hörrundfunk hilft das Verständnis der analogen Verfahren auch dabei, viele grundlegende Zusammenhänge aus dem Bereich der digitalen Modulationsverfahren zu vertiefen und neue Einsichten zu vermitteln. Die Modulation einer sinusförmigen Trägerschwingung

$$x(t) = a \cos(2\pi f t + \varphi) \quad (1)$$

erfolgt durch zeitliche Änderung der Amplitude a , der Frequenz f oder der Phase φ . Je nach dem, welcher der Parameter in Abhängigkeit von dem zu übertragenden Signal verändert wird, spricht man von Amplituden-, Frequenz- oder Phasenmodulation. Die entsprechenden digitalen Verfahren heißen Amplitudenumtastung (ASK, Amplitude-Shift Keying), Frequenzumtastung (FSK, Frequency-Shift Keying) und Phasenumtastung (PSK, Phase-Shift Keying).

Kapitel 2 geht auf die Amplitudenmodulation (AM) und Kapitel 3 auf die Frequenzmodulation (FM) ein. Frequenz- und Phasenmodulation werden auch unter dem Begriff der Winkelmodulation zusammengefasst, wobei hier der Schwerpunkt auf der in der Praxis bedeutsameren Frequenzmodulation liegt. Neben den grundlegenden Eigenschaften wird auf die Erzeugung und die Demodulation der Signale sowie das Verhalten bei Störungen eingegangen. FM benötigt in der Regel zwar eine größere Bandbreite als AM, ist aber robuster bei Störungen. Für das Verständnis werden Grundlagen der Signale und Systeme und der Darstellung von Bandpasssignalen vorausgesetzt (siehe [1], Kapitel 2 und Kapitel 5.1). Einen abschließenden Überblick über die Anwendung der analogen Modulationsverfahren in der Rundfunk- und Fernsehtechnik gibt Kapitel 4. Weiterführende Informationen zu analogen Modulationsverfahren finden sich auch in [2] und [3].

2 Amplitudenmodulation (AM)

2.1 AM-Signale, Spektren und Übertragungsbandbreite

Bei der Amplitudenmodulation (AM) verändert ein analoges Signal $x(t)$ die Amplitude der Trägerschwingung gemäß

$$a(t) = A_c (1 + \mu x(t)). \quad (2)$$

Das AM-Signal wird durch die Gleichung

$$x_c(t) = A_c (1 + \mu x(t)) \cos(2\pi f_c t). \quad (3)$$

beschrieben. Dabei ist A_c die Trägeramplitude, f_c die Trägerfrequenz und μ der Modulationsindex. Das modulierende Signal $x(t)$ ist auf die Amplitude 1 normiert, d. h. es gilt $|x(t)| \leq 1$. Für den Modulationsindex gilt $0 < \mu < 1$. Bild 1 zeigt ein Beispiel für den Fall $\mu = 0,8$. Die maximale Amplitude von $x_c(t)$ ist $A_c(1 + \mu)$, die minimale Amplitude ist $A_c(1 - \mu)$. Die gestrichelte Linie wird Hüllkurve des AM-Signals genannt. Die Hüllkurve wird vom modulierenden Signal $x(t)$ bestimmt.

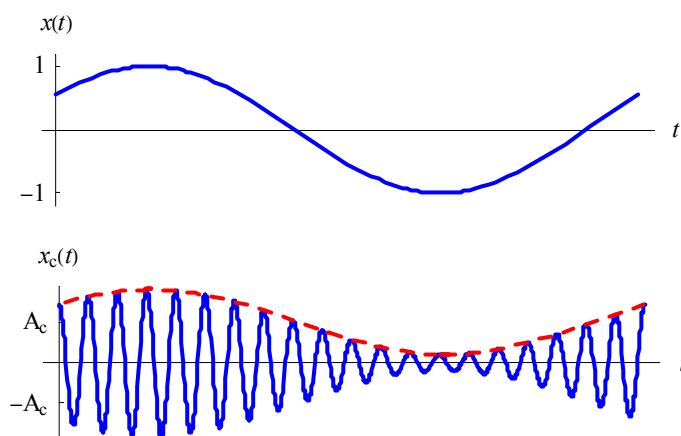


Bild 1: Amplitudenmodulation ($\mu = 0,8$)

Für einen Modulationsindex $\mu < 1$ ist der Faktor in der Klammer vor der Kosinusfunktion immer positiv. Für $\mu > 1$ kann der Faktor auch negativ werden, siehe Bild 2. Man bezeichnet dies als Übermodulation, ein in der Regel unerwünschter Fall. An den Stellen, wo der Faktor das Vorzeichen ändert, kommt es zu einem 180°-Phasensprung des Trägersignals.

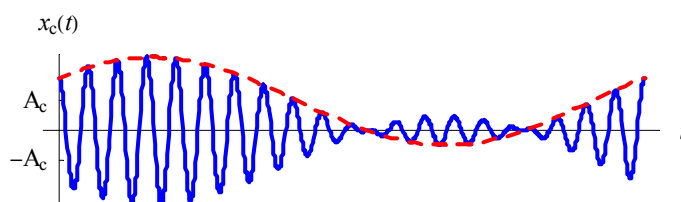


Bild 2: Übermodulation ($\mu = 1,5$)

Wir multiplizieren den Ausdruck für $x_c(t)$ aus,

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + A_c \mu x(t) \cos(2\pi f_c t),$$

und erhalten für die Fourier-Transformierte

$$\begin{aligned} S_c(f) &= \mathfrak{F}\{x_c(t)\} \\ &= A_c \frac{1}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] + A_c \mu S_x(f) * \frac{1}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \\ &= \frac{1}{2} A_c [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] + \frac{\mu}{2} A_c [S_x(f + f_c) + S_x(f - f_c)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Dabei ist $S_x(f)$ die Fourier-Transformierte des modulierenden Signals $x(t)$. Bild 3 zeigt die Fourier-Spektren $S_x(f)$ und $S_c(f)$. Bei $x(t)$ handelt es sich um ein bandbegrenzttes Signal mit der Bandbreite f_g . Der erste Term in Gl. 4, die beiden Dirac-Impulse, stellen spektrale Linien bei der Trägerfrequenz f_c dar. Bei dem zweiten Term handelt es sich um das um $\pm f_c$ verschobene Spektrum $S_x(f)$ des Basisbandsignals $x(t)$. Das modulierte Signal hat die doppelte Bandbreite des Basisbandsignals, $B = 2f_g$. Der Bereich des Spektrums oberhalb von f_c wird als oberes Seitenband, der Bereich unterhalb von f_c entsprechend als unteres Seitenband bezeichnet.

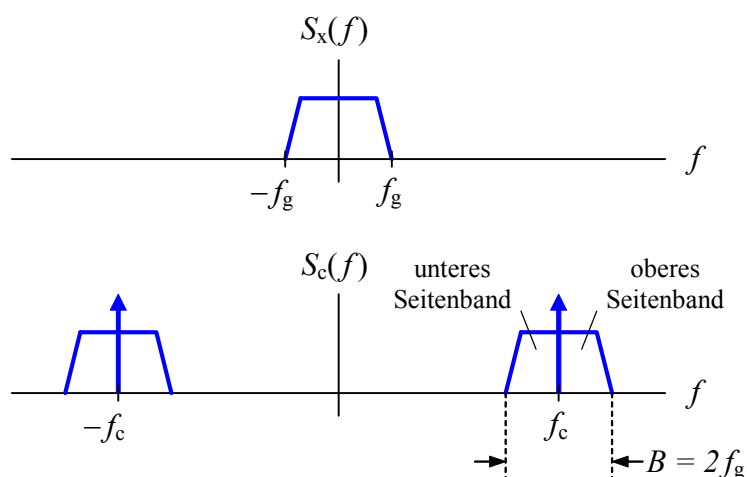


Bild 3: Fourier-Spektren des Basisbandsignals und des AM-Signals

Die Amplitudenmodulation mit Träger wird im AM-Hörrundfunk verwendet, da der Empfänger mit einem einfachen Hüllkurvendemodulator (Kapitel 2.2) auskommt. Allerdings werden bei diesem Verfahren mindestens 50 % der Gesamtleistung für den Träger benötigt und nur maximal 50 % der Leistung stehen für die Seitenbänder mit dem Nutzsignal zur Verfügung. Ausgehend von Gl. (3) erhält man ein AM-Signal ohne Träger, wenn der Faktor vor der Kosinusfunktion nur aus dem Basisbandsignal $x(t)$ besteht:

$$x_c(t) = A_c x(t) \cos(2\pi f_c t). \quad (5)$$

Bestimmt man wieder durch eine ähnliche Rechnung wie oben das Fourier-Spektrum, so erhält man

$$S_c(f) = A_c S_x(f) * \frac{1}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] = \frac{1}{2} A_c [S_x(f + f_c) + S_x(f - f_c)]. \quad (6)$$

Bild 4 zeigt den zeitlichen Signalverlauf und Bild 5 das Spektrum. Diese AM-Variante wird auch als DSB-SC (Double-Sideband Suppressed-Carrier Modulation) oder kurz mit DSB bezeichnet. Im Vergleich zur AM mit Träger hat sie den Vorteil, dass das demodulierte Signal bei sonst gleichen Bedingungen ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis aufweist. Dieser Vorteil wird mit einem höheren Aufwand im Empfänger erkauft, da eine kohärente Demodulation erforderlich ist. Mittels DSB wird das Stereosignal beim UKW-Rundfunk übertragen (siehe Kapitel 4.1).

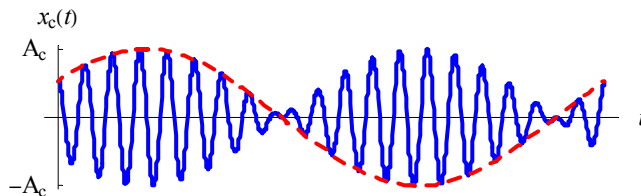


Bild 4: Zweiseitenband-AM, unterdrückter Träger

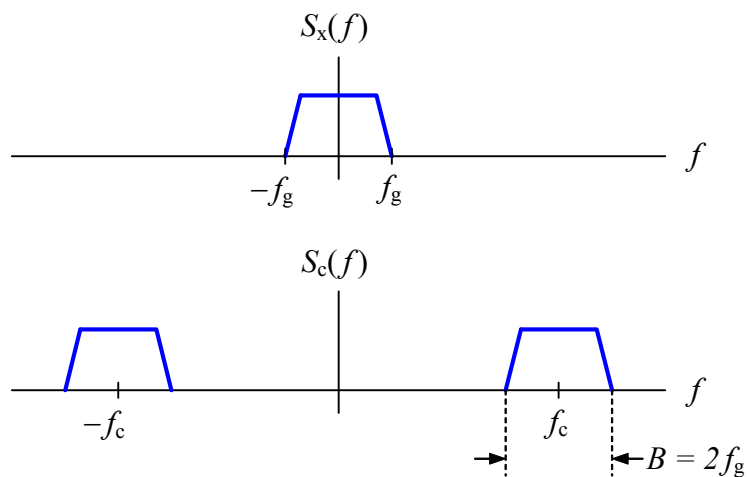


Bild 5: Fourier-Spektren des Basisbandsignals und des AM-Signals (unterdrückter Träger)

Ein reelles Basisbandsignal hat ein Fourier-Spektrum mit einem geraden Realteil und einem ungeraden Imaginärteil. Aufgrund dieser Symmetrie ist es nicht erforderlich, beide Seitenbänder zu übertragen. Wird ein Seitenband des modulierten Signals unterdrückt, so erhält man die Einseitenband-AM (SSB, Single-Sideband Modulation). Bild 6 zeigt im Spektralbereich, wie man aus einem DSB-Signal durch Filtern eines Seitenbandes ein SSB-Signal erzeugen kann. Im Beispiel wird das untere Seitenband durch das Filter unterdrückt und nur das obere Seitenband übertragen.

Der Vorteil der SSB ist die geringere Übertragungsbandbreite $B = f_g$, der Nachteil die aufwendigere Modulation und Demodulation. Die praktischen Schwierigkeiten bei der vollständigen Unterdrückung eines Seitenbandes werden bei der Restseitenband-AM (VSB, Vestigial-Sideband Modulation) umgangen. Bei der VSB wird ein kleiner Rest des anderen Seitenbandes mit übertragen.

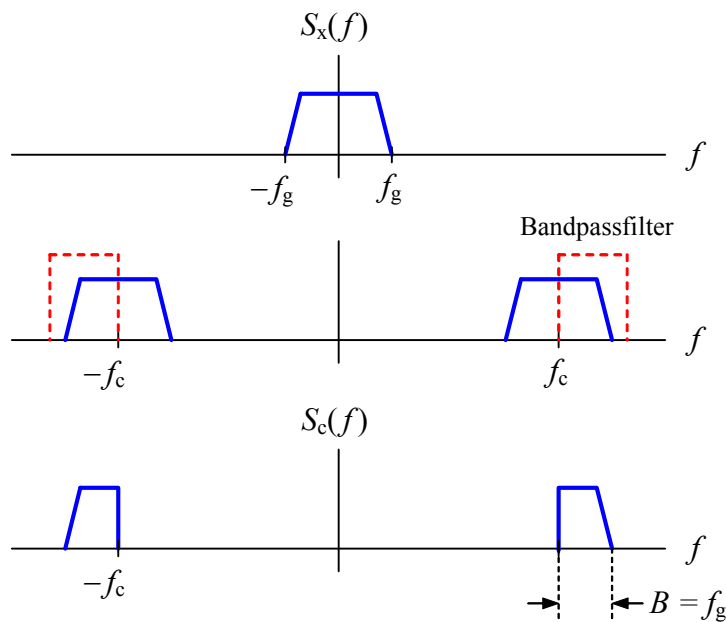


Bild 6: Erzeugung eines Einseitenband-AM-Signals

Dazu wird ein Filter mit einer bezüglich f_c schiefsymmetrischen Flanke verwendet (Bild 7). Für eine Filterflanke der Breite $2\Delta f$ ist die erforderliche Übertragungsbandbreite $B = (f_g + \Delta f)$ und somit nur geringfügig größer als bei SSB, aber immer noch deutlich kleiner als bei DSB. VSB wird als Modulationsverfahren beim analogen terrestrischen Fernsehen eingesetzt, da hier aufgrund der beträchtlichen Bandbreite des Basisbandsignals eine Zweiseitenbandübertragung nicht in Frage kommt (Kapitel 4.2).

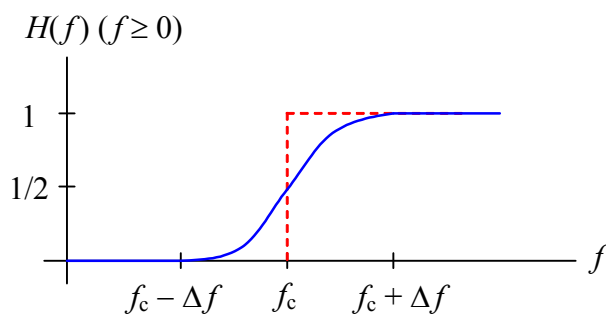


Bild 7: Filter zur Erzeugung eines Restseitenband-AM-Signals

2.2 Modulation und Demodulation von AM-Signalen

Bild 8 zeigt einen Produktmodulator zur Erzeugung von AM- und DSB-Signalen. Für das Signal am Eingang des Multiplizierers gilt:

$$x_1(t) = a_0 + a_1 x(t) = a_0 \left(1 + \frac{a_1}{a_0} x(t) \right). \quad (7)$$

Bei den Konstanten a_0 und a_1 handelt es sich um einen Gleichanteil bzw. einen Verstärkungsfaktor. Dieses Signal wird mit dem Träger multipliziert und wir erhalten für das Ausgangssignal

$$x_c(t) = a_0 \left(1 + \frac{a_1}{a_0} x(t) \right) \cos(2\pi f_c t). \quad (8)$$

Der Vergleich mit Gl. (3) zeigt, dass mit den Konstanten der Modulationsindex eingestellt wird, es ist

$$\mu = \frac{a_1}{a_0}.$$

Ein DSB-Signal erhält man, wenn der Gleichanteil $a_0 = 0$ gesetzt wird. In diesem Fall wird die Addierstufe nicht benötigt und der Modulator vereinfacht sich entsprechend.

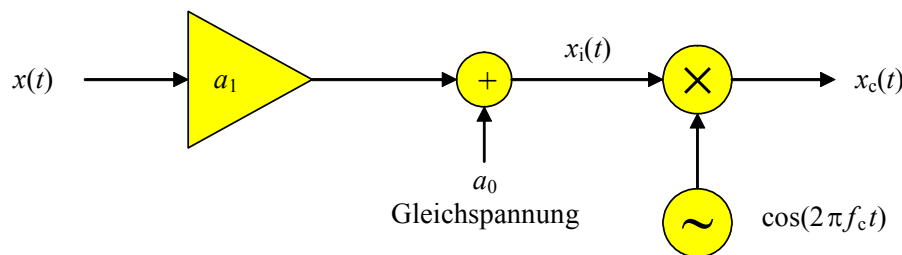


Bild 8: Produkt-Modulator

Wie bei der digitalen Demodulation wird zwischen der kohärenten und der inkohärenten Demodulation unterschieden. Bei der kohärenten Demodulation wird das AM-Signal mit einem zum Träger kohärenten Signal eines lokalen Oszillators multipliziert. Kohärent heißt frequenz- und phasengleich zum Träger. Der mit der Synchronisation des lokalen Oszillators verbundene Aufwand wird bei der inkohärenten Demodulation vermieden. Der geringere Aufwand ist aber mit einem schlechteren Signal-Rausch-Verhältnis verbunden.

Einen kohärenten Demodulator, der für alle AM-Varianten geeignet ist, zeigt Bild 9. Das Eingangssignal wird wie oben beschrieben mit dem Signal des LO multipliziert:

$$y_c(t) = x_c(t) \cos(2\pi f_{LO} t) = a(t) \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_{LO} t). \quad (9)$$

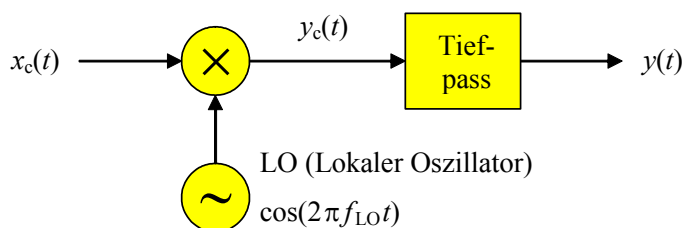


Bild 9: Kohärente Demodulation

Im Falle perfekter Synchronisation ist $f_{LO} = f_c$. Für ein AM-Signal nach Gl. (3) gilt weiter

$$\begin{aligned} y_c(t) &= A_c (1 + \mu x(t)) \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) \\ &= A_c (1 + \mu x(t)) \frac{1}{2} [1 + \cos(4\pi f_c t)], \end{aligned} \quad (10)$$

wobei von der trigonometrischen Identität für $\cos^2 x$ Gebrauch gemacht wurde. Der auf den Multiplizierer folgende Tiefpass unterdrückt den Signalanteil bei $2f_c$. Für das Ausgangssignal folgt

$$y(t) = \frac{1}{2} A_c (1 + \mu x(t)). \quad (11)$$

Das Ausgangssignal der Schaltung nach Bild 9 ist also bis auf einen konstanten Faktor gleich dem Basisbandsignal $x(t)$ und enthält noch einen Gleichanteil. Im Spektralbereich bewirkt die Multiplikation mit dem Signal des LO die Verschiebung des Spektrums $S_c(f)$ um $\pm f_c$, wie in Bild 10 gezeigt. Der Gleichanteil ist auf den Träger im AM-Signal zurückzuführen. Bei der Demodulation eines DSB-Signals entsteht kein Gleichanteil, wovon man sich auch durch Einsetzen von Gl. (5) in Gl. (9) überzeugen kann

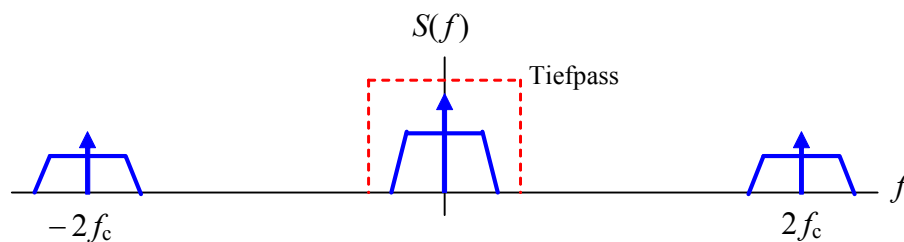


Bild 10: Fourier-Spektrum des demodulierten AM-Signals

Im Falle der Einseitenband- und der Restseitenband-AM ergänzen sich der von f_c nach links verschobene Teil und der von $-f_c$ nach rechts verschobene Teil wieder zu dem symmetrischen Spektrum des reellen Basisbandsignals (Bild 11).

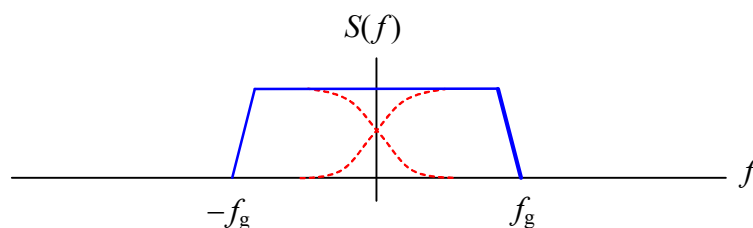


Bild 11: Fourier-Spektrum des demodulierten Restseitenband-AM-Signals

Meist steht kein Referenzsignal für die Synchronisation des LO zur Verfügung. Dann muss aus dem Empfangssignal ein entsprechendes Referenzsignal gewonnen werden. Dazu muss aber der Träger im Signal vorhanden sein. Ist dies wie bei der DSB und der SSB bzw. VSB nicht der Fall, muss der Träger ggf. senderseitig mit geringer Leistung noch additiv hinzugefügt werden. Bild 12 zeigt das Prinzip der Trägersynchronisation mit Hilfe eines Phasenregelkreises (PLL, Phase-Locked Loop, siehe auch [1], Kapitel 4.8.1).

Der PLL besteht aus einem spannungsgesteuerten Oszillator (VCO, Voltage-Controlled Oscillator), einem Phasenkomparator und einem Schleifenfilter. Phasenkomparator und Schleifenfilter erzeugen eine Steuerspannung, die den VCO so nachregelt, dass für dessen Ausgangssignal im eingerasteten Zustand $\sin(2\pi f_c t)$ gilt. Nach einer 90° -Phasenverschiebung steht der Referenzträger für die kohärente Demodulation zur Verfügung.

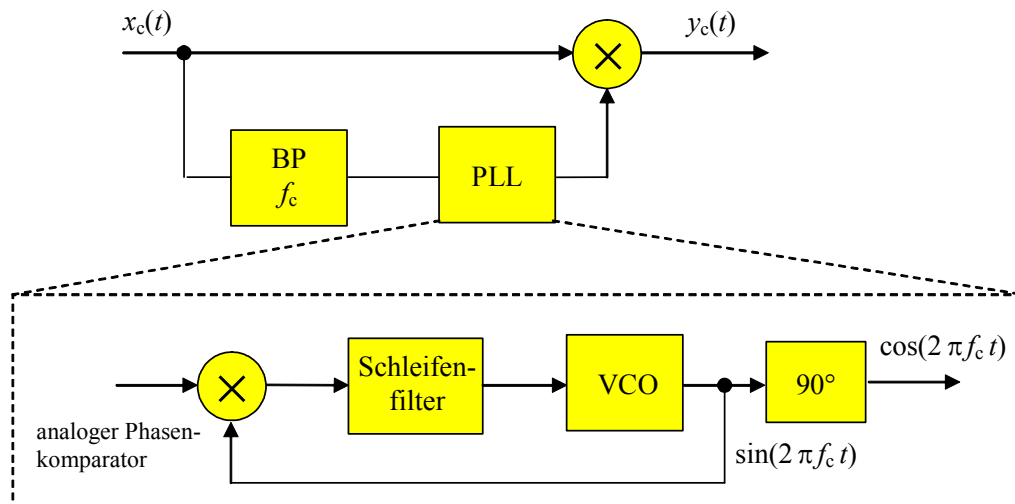


Bild 12: Erzeugung des Referenzträgers aus dem Empfangssignal mit Hilfe eines Phasenregelkreises

Wie wirkt sich eine nicht perfekte Synchronisation des LO auf das demodulierte Signal aus? Im Falle einer Phasendifferenz $\Delta\varphi$ bezogen auf den Träger gilt für das LO-Signal

$$\cos(2\pi f_c t + \Delta\varphi).$$

Für das demodulierte Signal erhält man (ohne Berücksichtigung etwaiger Gleichanteile und konstanter Faktoren)

$$y(t) = x(t) \cos(\Delta\varphi). \quad (12)$$

Eine Phasendifferenz wirkt sich also in einer Absenkung der Amplitude um den Faktor $\cos(\Delta\varphi)$ aus. Im Falle einer Frequenzdifferenz Δf bezogen auf den Träger gilt für das LO-Signal

$$\cos(2\pi(f_c + \Delta f)t)$$

und das demodulierte Signal lautet

$$y(t) = x(t) \cos(2\pi \Delta f t). \quad (13)$$

Die Auswirkungen einer Frequenzdifferenz sind schwieriger zu verstehen. Betrachten wir den Frequenzbereich, also die Fourier-Transformierte von Gl. (13):

$$S_y(f) = S_x(f) * \frac{1}{2} [\delta(f + \Delta f) + \delta(f - \Delta f)] = \frac{1}{2} [S_x(f + \Delta f) + S_x(f - \Delta f)]. \quad (14)$$

Die Frequenzdifferenz bewirkt also eine Verschiebung des Spektrums des Basisbandsignals um $\pm \Delta f$. Bei einem Audiosignal machen sich schon geringe Abweichungen stark bemerkbar, und Sprecher bekommen eine Donald-Duck-Stimme.

Die AM mit Träger wurde für den Hörrundfunk gewählt, weil damit besonders einfache Empfänger mit einem Hüllkurvendemodulator möglich sind. Dieser extrahiert die Hüllkurve des AM-Signals (die gestrichelte Linie in Bild 1). Dazu wird das AM-Signal zunächst gleichgerichtet. Mathematisch entspricht die Gleichrichtung der Betragsbildung $|x_c(t)|$. Um die Auswirkungen auf das Spektrum des Signals zu verstehen, beschreiben wir die Gleichrichtung durch eine Multiplikation mit einem periodischen Rechtecksignal.

Das periodische Rechtecksignal $r(t)$ hat die Amplitude ± 1 und die Periode $T = 1/f_c$, also die Periode der Trägerschwingung. Die positiven Halbwellen der Trägerschwingung werden mit den positiven Rechteckimpulsen (Amplitude gleich 1) und die negativen Halbwellen werden mit den negativen Rechteckimpulsen (Amplitude gleich -1) multipliziert. Für das Rechtecksignal schreiben wir

$$r(t) = 2 \left[\dots + \text{rect}\left(\frac{t}{T/2}\right) + \text{rect}\left(\frac{t-T}{T/2}\right) + \text{rect}\left(\frac{t-2T}{T/2}\right) + \dots + \text{rect}\left(\frac{t-nT}{T/2}\right) + \dots \right] - 1$$

$$= \left[2 \text{rect}\left(\frac{t}{T/2}\right) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) \right] - 1$$

und für das gleichgerichtete Signal gilt

$$|x_c(t)| = z(t) = x_c(t)r(t).$$

Für die Fourier-Transformierte erhalten wir

$$S_z(f) = S_c(f) * S_r(t)$$

$$= S_c(f) * \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \text{si}\left(\frac{\pi}{2}n\right) \delta(f - nf_c)$$

$$= \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \text{si}\left(\frac{\pi}{2}n\right) S_c(f - nf_c)$$

Für die si-Funktion gilt $\text{si}(\pi n/2) = 0$ für n gerade, d. h. für $n = 2, 4, 6, \dots$ sind die Summanden in obiger Gleichung null. Für n ungerade, also für $n = 1, 3, 5, \dots$, wird $S_c(f)$ um $\pm nf_c$ verschoben und mit $\text{si}(\pi n/2)$ gewichtet. Für $n = \pm 1$ erscheint $S_c(f)$ bei $f = 0$. Dies ist das demodulierte Signal einschließlich eines Gleichanteils, der auf den Träger zurückzuführen ist. $S_z(f)$ enthält weitere Komponenten bei ungeradzahligem Vielfachen von f_c , die durch ein Tiefpassfilter ähnlich wie in Bild 10 entfernt werden müssen.

Eine einfache schaltungstechnische Realisierung des Hüllkurvendemodulators zeigt Bild 13. Die Gleichrichtung übernimmt die Diode am Eingang. Der nachfolgende RC-Tiefpass, bestehend aus R_1 und C_1 , entfernt das Trägersignal. Der Hochpass (R_2 und C_2) unterdrückt den Gleichanteil des demodulierten Signals.

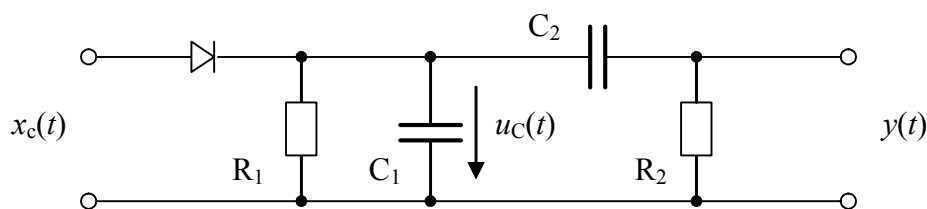


Bild 13: AM-Hüllkurvendemodulator

Bild 14 zeigt einen typischen Verlauf für das Signal nach dem Tiefpass ($u_C(t)$ in Bild 13). Die gestrichelte Linie ist das gleichgerichtete Trägersignal. Wie man erkennt, hat das demodulierte Signal noch eine beträchtliche Welligkeit. Dies ist darauf zurückzuführen, dass in diesem Beispiel die Trägerfrequenz nur gleich dem fünfzehnfachen der oberen Grenzfrequenz des Basisbandsignals ist (d. h. $f_c = 15 f_g$), um das Trägersignal besser darstellen zu können. Beim

AM-Rundfunk ist dieses Verhältnis deutlich größer. Allgemein muss $f_g \ll 1/(2\pi R_1 C_1) \ll f_c$ gelten.

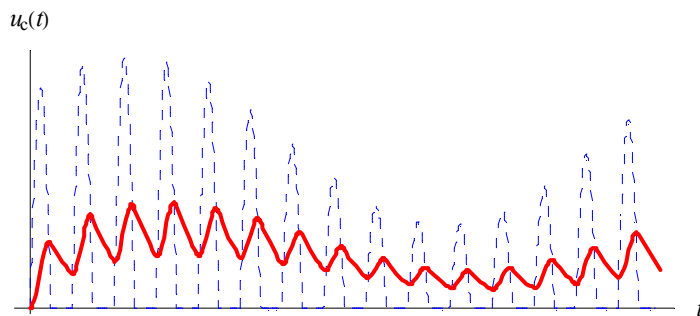


Bild 14: Typischer Signalverlauf bei der Hüllkurvendemodulation

Die Schaltung nach Bild 13 ist auch als Detektorempfänger bekannt. Ergänzt um eine Antenne, einen LC-Schwingkreis zur Abstimmung und einen hochohmigen Kopfhörer kann damit ein starker AM-Rundfunksender empfangen werden. Für die Diode muss eine Germanium-Diode verwendet werden, die eine wesentlich niedrigere Durchlassspannung als eine Silizium-Diode hat (siehe z. B. [4]).

Während es sich bei der oben beschriebenen Multiplikation mit $r(t)$ um eine Zweiweggleichrichtung handelt, wird bei der Schaltung nach Bild 13 eine Einweggleichrichtung durchgeführt. Dies hat jedoch keinen Einfluss auf die prinzipielle Funktion, sondern macht sich nur in einer geringeren Amplitude des demodulierten Signals bemerkbar.

Die oben beschriebene Hüllkurvendemodulation (d. h. Betragsbildung und Filterung) kann problemlos mit Hilfe der digitalen Signalverarbeitung realisiert werden, sofern die Verarbeitung mit der erforderlichen Abtastrate erfolgen kann. Da das Eingangssignal ein Bandpasssignal ist, kann zur Verringerung der Abtastrate mit Unterabtastung gearbeitet werden ([1], Kapitel 3.2). Eine ebenfalls für die digitale Signalverarbeitung geeignete Realisierung des Hüllkurvendemodulators im Tiefpassbereich zeigt Bild 5-47 in [1]. Ein Rundfunkempfänger hat vor dem eigentlichen Demodulator in der Regel noch eine Zwischenfrequenzstufe, in der das Eingangssignal auf eine feste Zwischenfrequenz umgesetzt wird. Darauf wird in Kapitel 4.1 eingegangen.

2.3 Störverhalten

Bei den digitalen Übertragungssystemen ist die Fehlerwahrscheinlichkeit das entscheidende Kriterium zur Beurteilung des Systems. Die Fehlerwahrscheinlichkeit hängt vom Signal-Rausch-Verhältnis im Übertragungskanal ab. An die Stelle der Fehlerwahrscheinlichkeit tritt bei einem analogen Übertragungssystem das Signal-Rausch-Verhältnis des demodulierten Signals. Wir wollen im Folgenden das Signal-Rausch-Verhältnis des Basisbandsignals in Abhängigkeit vom Signal-Rausch-Verhältnis auf der HF-Seite bestimmen. Dazu legen wir das in Bild 15 gezeigte Modell eines Empfängers zu Grunde.

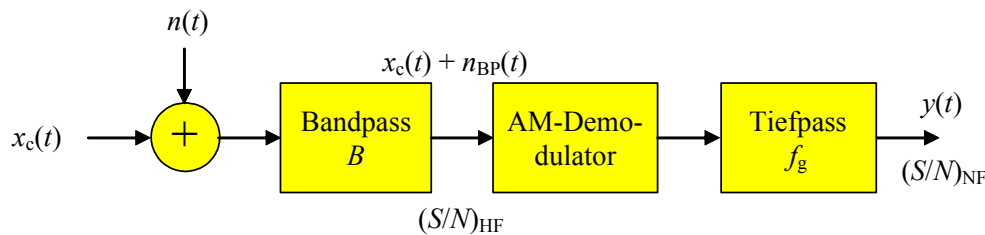


Bild 15: Modell eines AM-Empfängers

Im Übertragungskanal überlagert sich dem Nutzsignal $x_c(t)$ additiv das Rauschsignal $n(t)$. Am Eingang des Empfängers befindet sich ein idealer Bandpass der Bandbreite B , der das Nutzsignal ungehindert durchlässt und Störungen oder unerwünschte Signale außerhalb des Nutzsignals unterdrückt. Es folgt der Demodulator und ein Tiefpass der Bandbreite f_g , also der oberen Grenzfrequenz des Basisbandsignals.

Wir wollen das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang, $(S/N)_{NF}$, als Funktion des Signal-Rausch-Verhältnisses im Kanal innerhalb der Bandbreite B , $(S/N)_{HF}$, bestimmen. Die (normierte) Signalleistung ist gleich dem quadratischen Mittelwert des Signals. Für das Nutzsignal am Eingang des Empfängers gilt also

$$S_{HF} = \overline{x_c^2(t)}. \tag{15}$$

Bei dem Rauschsignal $n(t)$ handle es sich um weißes, gaußsches Rauschen mit der Leistungsdichte $n_0/2$. Für die Rauschleistung am Demodulatoreingang folgt

$$N_{HF} = n_0 B \tag{16}$$

und für das Signal-Rausch-Verhältnis

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{HF} = \frac{\overline{x_c^2(t)}}{n_0 B}. \tag{17}$$

Das gefilterte weiße Rauschen, $n_{BP}(t)$, lässt sich als Bandpasssignal in der Form

$$n_{BP}(t) = n_i(t) \cos(2\pi f_c t) - n_q(t) \sin(2\pi f_c t) \tag{18}$$

schreiben. Damit gilt für die HF-Rauschleistung auch (siehe [1], Kapitel 5.3.1)

$$N_{HF} = \overline{n_{BP}^2(t)} = \overline{n_i^2(t)} = \overline{n_q^2(t)} = n_0 B. \tag{19}$$

$n_i(t)$ und $n_q(t)$ sind die Normal- bzw. die Quadraturkomponente des Rauschsignals $n_{BP}(t)$.

Wir betrachten zunächst den Fall der kohärenten Demodulation eines normalen AM-Signals (mit Träger) und der Zweiseitenband-AM ohne Träger (DSB). Die Einseitenband-AM (SSB) sowie die inkohärente Demodulation müssen anschließend gesondert betrachtet werden.

Ein kohärenter Demodulator liefert am Ausgang das Nutzsignal gemäß Gl. (11). Wird dem Eingangssignal das Rauschsignal $n_{BP}(t)$ additiv überlagert, so enthält das demodulierte Signal die additive Rauschkomponente $n_i(t)/2$ (vgl. hierzu die Rechnung, die zu Gl. (11) geführt hat). Wir lassen vereinfachend den Faktor $1/2$ weg, der sowohl beim Nutz- als auch beim Rauschsignal erscheint und daher keinen Einfluss auf das Signal-Rausch-Verhältnis hat. Nach Abtrennen des Gleichanteils erhalten wir für das demodulierte Signal

$$y(t) = A_c \mu x(t) + n_i(t). \quad (20)$$

Der erste Summand ist das Nutzsignal mit der Leistung

$$S_{\text{NF}} = A_c^2 \mu^2 \overline{x^2(t)} = A_c^2 \mu^2 P_x.$$

P_x ist die Leistung des Basisbandsignals $x(t)$. Der zweite Summand ist das Rauschsignal mit der Leistung

$$N_{\text{NF}} = \overline{n_i^2(t)} = n_0 B.$$

Da im Falle von AM und DSB die HF-Bandbreite doppelt so groß wie die NF-Bandbreite ist, d. h. es ist $B = 2 f_g$, erhalten wir für das gesuchte Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang also

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{NF}} = \frac{A_c^2 \mu^2 P_x}{2 n_0 f_g}. \quad (21)$$

Im Falle der AM wird das HF-Signal durch Gl. (3) beschrieben und für dessen Leistung gilt

$$S_{\text{HF}} = \overline{x_c^2(t)} = \frac{1}{2} A_c^2 \overline{(1 + \mu x(t))^2} = \frac{1}{2} A_c^2 (1 + \mu^2 P_x).$$

Vorausgesetzt wurde dabei ein gleichanteilfreies Basisbandsignal, d. h. $\overline{x(t)} = 0$. Ferner ist $B = 2 f_g$ und damit

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{HF}} = \frac{\frac{1}{2} A_c^2 (1 + \mu^2 P_x)}{2 n_0 f_g}.$$

Wir setzen $(S/N)_{\text{NF}}$ und $(S/N)_{\text{HF}}$ ins Verhältnis und erhalten abschließend

$$\mathbf{AM:} \quad \frac{(S/N)_{\text{NF}}}{(S/N)_{\text{HF}}} = \frac{2 \mu^2 P_x}{1 + \mu^2 P_x}. \quad (22)$$

Im Falle von DSB nach Gl. (5) gilt für die HF-Signalleistung

$$S_{\text{HF}} = \frac{1}{2} A_c^2 P_x.$$

Für die Rauschleistungen gelten die gleichen Zusammenhänge wie oben. Für das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang gilt Gl. (21) mit $\mu = 1$ und wir erhalten

$$\mathbf{DSB:} \quad \frac{(S/N)_{\text{NF}}}{(S/N)_{\text{HF}}} = 2. \quad (23)$$

Da $\mu \leq 1$ und $P_x < 1$ gilt, hat also AM im Vergleich zu DSB bei gleichem Signal-Rausch-Verhältnis am Empfängereingang das schlechtere Signal-Rausch-Verhältnis am Demodulatorausgang. Für $\mu = 1$ und $P_x = 1/2$ (sinusförmiges Basisbandsignal der Amplitude 1) ist es um den Faktor 1/3 oder $-4,77$ dB schlechter. Der Grund liegt wie bereits erwähnt in der Leistung, die für die Übertragung des Trägers aufgewendet werden muss.

Wir betrachten nun den Fall der Einseitenband-AM. Für ein SSB-Signal können wir mit Hilfe der Hilbert-Transformierten $\hat{x}(t)$ (siehe [1], Kapitel 5.1.3) des Basisbandsignals $x(t)$

$$x_c(t) = \frac{A_c}{2} [x(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{x}(t) \sin(2\pi f_c t)] \quad (24)$$

schreiben. Um zu sehen, dass dieser Ausdruck ein SSB-Signal beschreibt, betrachten wir das zugehörige komplexe Tiefpasssignal

$$x_{\text{TP}}(t) = \frac{A_c}{2} [x(t) + j \hat{x}(t)].$$

Für dessen Fourier-Transformierte gilt

$$S_{\text{TP}}(f) = \frac{A_c}{2} [S_x(f) + j \hat{S}_x(f)] = \frac{A_c}{2} [S_x(f) + \text{sgn}(f) S_x(f)] = \begin{cases} A_c S_x(f) & \text{für } f < 0 \\ 0 & \text{für } f > 0 \end{cases}$$

$S_{\text{TP}}(f)$ ist also auf positive Frequenzen beschränkt. Das zugehörige Bandpasssignal hat das in Bild 6 unten gezeigte Fourier-Spektrum.

Für die HF-Signalleistung erhalten wir mit Gl. (24)

$$S_{\text{HF}} = \overline{x_c^2(t)} = \frac{A_c^2}{4} \left[\frac{1}{2} \overline{x^2(t)} + \frac{1}{2} \overline{\hat{x}^2(t)} \right] = \frac{A_c^2}{4} \overline{x^2(t)} = \frac{A_c^2}{4} P_x,$$

da die Leistungen von $x(t)$ und dessen Hilbert-Transformierter gleich sind. Die Leistung eines SSB-Signals ist damit halb so groß wie die eines DSB-Signals, wie auch Bild 6 anschaulich zeigt. Aber auch die HF-Bandbreite ist halb so groß, also $B = f_g$, und damit

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{\text{HF}} = \frac{\frac{1}{4} A_c^2 P_x}{n_0 f_g}.$$

Der kohärente Demodulator nach Bild 9 extrahiert die Normalkomponente (den Realteil) des Tiefpasssignals $x_{\text{TP}}(t)$, also $A_c x(t)/2$. Im Falle des additiven Kanalrauschens gilt für das demodulierte Signal

$$y(t) = \frac{A_c}{2} x(t) + n_i(t).$$

Hier ist wieder der erste Summand das Nutzsignal mit der Leistung

$$S_{\text{NF}} = \frac{A_c^2}{4} \overline{x^2(t)} = \frac{A_c^2}{4} P_x$$

und der zweite Summand ist das Rauschsignal mit der Leistung

$$N_{\text{NF}} = \overline{n_i^2(t)} = \overline{n_{\text{BP}}^2(t)} = n_0 f_g.$$

Das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang beträgt damit

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{\text{NF}} = \frac{\frac{1}{4} A_c^2 P_x}{n_0 f_g}$$

und weiter folgt

$$\text{SSB: } \frac{(S/N)_{\text{NF}}}{(S/N)_{\text{HF}}} = 1. \quad (25)$$

SSB hat also ein um den Faktor 2 kleineres Signal-Rausch-Verhältnis am Demodulatorausgang als DSB unter sonst gleichen Bedingungen. Allerdings benötigt SSB nur die halbe Übertragungsbandbreite! Bei DSB erkauft man sich also den besseren Störabstand mit einer größere-

ren Bandbreite. Das gleiche Prinzip macht man sich auch bei der im folgenden Kapitel behandelten Frequenzmodulation zu nutze.

Abschließend betrachten wir noch die inkohärente Demodulation eines AM-Signals. Für das Eingangssignal, das AM-Signal plus Rauschen, schreiben wir

$$v(t) = x_c(t) + n_{BP}(t) = [A_c(1 + \mu x(t)) + n_i(t)]\cos(2\pi f_c t) - n_q(t)\sin(2\pi f_c t).$$

Das äquivalente Tiefpasssignal lautet

$$v_{TP}(t) = [A_c(1 + \mu x(t)) + n_i(t)] - j n_q(t).$$

Bild 16 zeigt das zugehörige Zeigerdiagramm in der komplexen Ebene. Die Hüllkurve ist der Betrag von $v_{TP}(t)$ (im Zeigerdiagramm also die Länge des Zeigers $v_{TP}(t)$). Der Hüllkurvendemodulator liefert somit das Ausgangssignal

$$|v_{TP}(t)| = \sqrt{[A_c(1 + \mu x(t)) + n_i(t)]^2 + n_q^2(t)}.$$

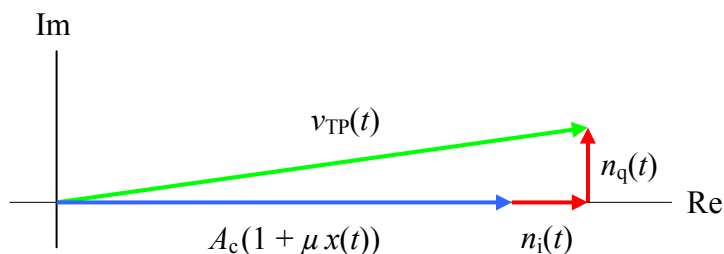


Bild 16: Zeigerdiagramm des komplexen Tiefpasssignals für AM plus Rauschen, $(S/N)_{HF}$ groß

Für ein großes Signal-Rausch-Verhältnis am Eingang ist $A_c(1 + \mu x(t)) \gg n_i(t), n_q(t)$ und der Einfluss von $n_q(t)$ auf die Länge des Zeigers $v_{TP}(t)$ kann vernachlässigt werden. Dann erhält man am Demodulatorausgang nach Abtrennen des Gleichanteils

$$y(t) = |v_{TP}(t)| \approx A_c \mu x(t) + n_i(t).$$

Dies ist aber identisch zu Gl. (20), und damit ist auch das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang identisch zur kohärenten Demodulation.

Dies gilt aber nicht mehr, wenn das Signal-Rausch-Verhältnis am Eingang klein wird (Bild 17). In diesem Fall können wir die Länge des Zeigers $v_{TP}(t)$ durch

$$y(t) = |v_{TP}(t)| \approx |n_{TP}(t)| + A_c(1 + \mu x(t)) \cos \phi_n.$$

annähern. Dabei ist $|n_{TP}(t)|$ die Länge des Zeigers $n_{TP}(t)$ und ϕ_n ist dessen Phase. Der erste Term ist die Hüllkurve des Rauschens, und der zweite Term enthält das Nutzsignal $x(t)$. Entscheidend ist hier aber, dass das Nutzsignal mit dem Rauschsignal in der Form von $\cos \phi_n$ multipliziert wird und damit nicht mehr erkennbar ist. Man bezeichnet diese qualitative Verschlechterung auch als Schwelleneffekt der Hüllkurvendemodulation.

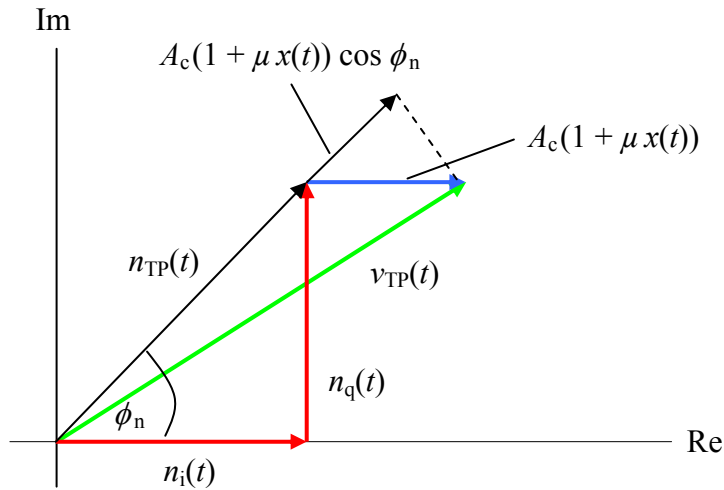


Bild 17: Zeigerdiagramm des komplexen Tiefpasssignals für AM plus Rauschen, $(S/N)_{HF}$ klein

Die Hüllkurvendemodulation liefert also bei einem großen Signal-Rausch-Verhältnis zunächst das gleiche Ergebnis wie ein kohärenter Demodulator. Wird das Signal-Rausch-Verhältnis am Eingang schlechter, so wird auch das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang proportional schlechter. Bei der Hüllkurvendemodulation setzt dann jedoch bei einem $(S/N)_{HF}$ von einigen dB der Schwelleneffekt ein, und vom Nutzsignal ist nichts mehr erkennbar.

3 Frequenzmodulation (FM)

3.1 Winkelmodulation

Winkelmodulation ist ein Oberbegriff für die Frequenzmodulation (FM) und die Phasenmodulation (PM). Bei der Winkelmodulation moduliert das Basisbandsignal $x(t)$ die Phase $\varphi(t)$ des Trägersignals. Dabei hängt $\varphi(t)$ linear von $x(t)$ ab. Das modulierte Signal

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) \quad (26)$$

ist dagegen eine nichtlineare Funktion von $x(t)$. FM und PM zählen daher zu den nichtlinearen Modulationsverfahren. $\varphi(t)$ ist der Winkel des zu $x_c(t)$ äquivalenten Tiefpasssignals in der komplexen Ebene. Bei der PM gilt für den Zusammenhang zwischen Phase und Basisbandsignal

$$\varphi(t) = \varphi_\Delta x(t),$$

mit dem Phasenhub φ_Δ als Parameter. Die momentane Frequenz eines harmonischen Signals $\cos \theta(t)$ ist definiert als die Ableitung der momentanen Phase nach der Zeit:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}. \quad (27)$$

Für die momentane Frequenz eines PM-Signals gilt also

$$f(t) = f_c + \frac{\varphi_\Delta}{2\pi} \frac{d x(t)}{dt},$$

d. h. $f(t)$ ist proportional zur Ableitung von $x(t)$.

Ein FM-Signal ist definiert durch eine momentane Frequenz, die proportional zu $x(t)$ ist:

$$f(t) = f_c + f_\Delta x(t). \quad (28)$$

Der Parameter f_Δ wird entsprechend als Frequenzhub bezeichnet. Damit folgt für die momentane Phase

$$\theta(t) = 2\pi \int_0^t f(\tau) d\tau = 2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int_0^t x(\tau) d\tau$$

für $t \geq 0$ und eine Anfangsphase $\theta(t=0) = 0$ und weiter für das FM-Signal

$$x_c(t) = A_c \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int_0^t x(\tau) d\tau \right). \quad (29)$$

Bild 18 zeigt ein Beispiel eines PM- und eines FM-Signals. Da bei der PM die momentane Frequenz proportional zur Ableitung bzw. zur Steigung von $x(t)$ ist, erkennen wir im Bereich der ansteigenden Flanke von $x(t)$, ausgehend von der Ruhfrequenz f_c , eine höhere Frequenz des PM-Signals. Die momentane Frequenz des FM-Signals ist dagegen proportional zu $x(t)$ und steigt entsprechend in diesem Bereich kontinuierlich an. Wir stellen außerdem fest, dass PM und FM eine konstante Amplitude bzw. Einhüllende haben.

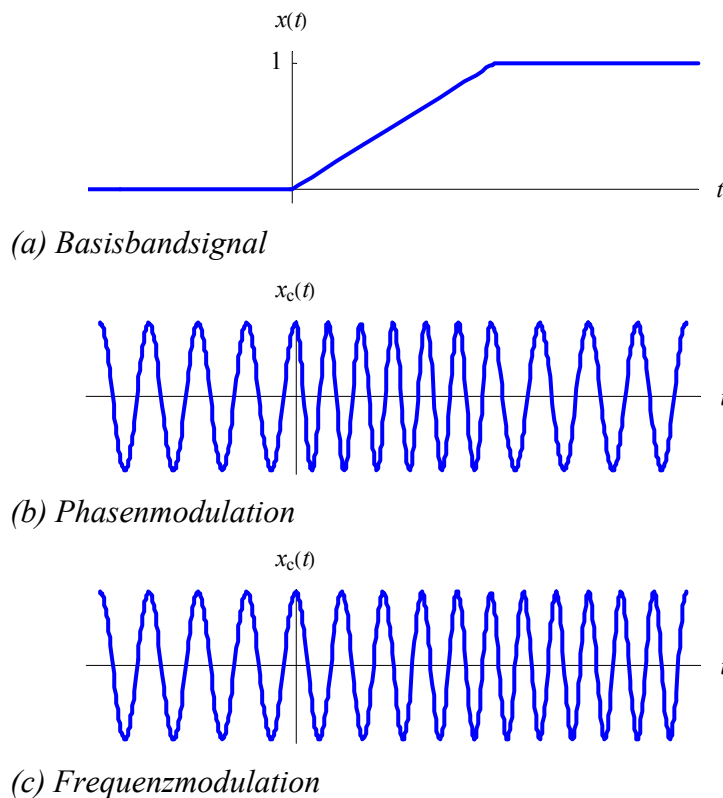


Bild 18: Winkelmodulation

3.2 FM-Signale, Spektren und Übertragungsbandbreite

Da FM ein nichtlineares Modulationsverfahren ist, kann das Spektrum eines FM-Signals in der Regel nicht als geschlossener Ausdruck angegeben werden. Wir beschränken uns daher auf den Sonderfall der Modulation mit einem sinusförmigen Signal. Bei Modulation mit einem periodischen Signal ist auch das FM-Signal periodisch und es besitzt dann ein Linienspektrum. Für

$$x(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

ist

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int_0^t A_m \cos(2\pi f_m \tau) d\tau = 2\pi f_c t + f_\Delta \frac{A_m}{f_m} \sin(2\pi f_m t).$$

Wir führen noch den FM-Modulationsindex

$$\beta = A_m \frac{f_\Delta}{f_m} \quad (30)$$

ein und schreiben für das FM-Signal

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)). \quad (31)$$

Dieses periodische Signal lässt sich als Fourier-Reihe in der Form

$$x_c(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(2\pi(f_c + n f_m)t) \tag{32}$$

schreiben [3], [2]. Dabei handelt es sich bei $J_n(\beta)$ um die Bessel-Funktionen erster Art der Ordnung n , definiert durch

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[j(\beta \sin \lambda - n \lambda)] d\lambda .$$

Bild 19 zeigt den Verlauf der Bessel-Funktionen und in Tabelle 1 sind einige numerische Werte mit bis zu zwei Nachkommastellen zusammengestellt. Die Werte für negative n erhält man aus

$$J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta) . \tag{33}$$

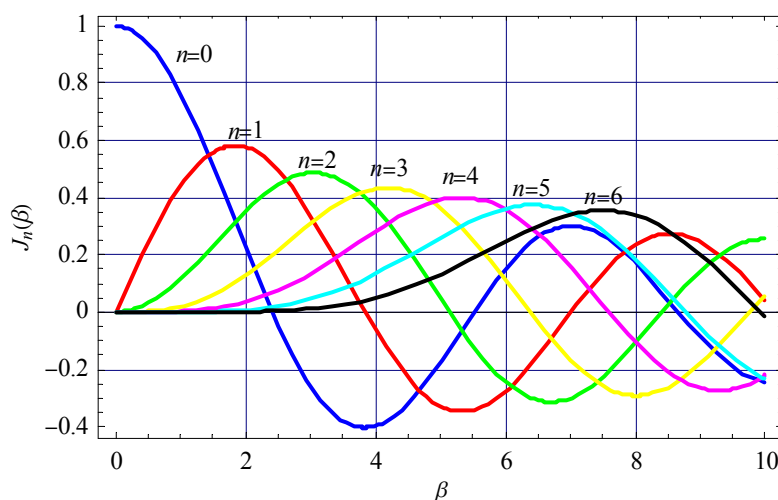


Bild 19: Besselfunktionen erster Art der Ordnung n , $J_n(\beta)$, für $n = 0$ bis 6

Tabelle 1: Einige Werte von $J_n(\beta)$

n	$J_n(0,1)$	$J_n(0,2)$	$J_n(0,5)$	$J_n(1)$	$J_n(2)$	$J_n(5)$	$J_n(10)$
0	1,00	0,99	0,94	0,77	0,22	-0,18	-0,25
1	0,05	0,10	0,24	0,44	0,58	-0,33	0,04
2			0,03	0,11	0,35	0,05	0,25
3				0,02	0,13	0,36	0,06
4					0,03	0,39	-0,22
5						0,26	-0,23
6						0,13	-0,01
7						0,05	0,22
8						0,02	0,32
9							0,29
10							0,21
11							0,12
12							0,06

Durch Fourier-Transformation von Gl. (32) erhalten wir das Spektrum des FM-Signals:

$$S_c(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)] \quad (34)$$

$S_c(f)$ besteht also aus spektralen Linien, mathematisch beschrieben durch Dirac-Impulse $\delta(f)$, deren Höhe durch die Koeffizienten $J_n(\beta)$ bestimmt wird. Die Linien finden sich bei den Frequenzen $f = f_c + n f_m$ bzw. $f = -(f_c + n f_m)$, also ausgehend von der Trägerfrequenz $\pm f_c$ im Abstand f_m , der Frequenz des modulierenden Signals.

Bild 20 zeigt einige FM-Spektren für verschiedene Modulationsindizes. Die Dirac-Impulse sind hier einer übersichtlicheren Darstellung wegen nicht als Pfeile, sondern als einfache Linien dargestellt. Zum Beispiel ergeben sich für $\beta = 1$ und $n = 0$ Linien bei $\pm f_c$ und der Höhe $|J_0(1)|/2 = 0,385$ (vgl. Tabelle 1). Die dazu benachbarten Linien bei $\pm f_c \pm f_m$ ergeben sich für $n = 1$; diese haben die Höhe $|J_1(1)|/2 = 0,22$.

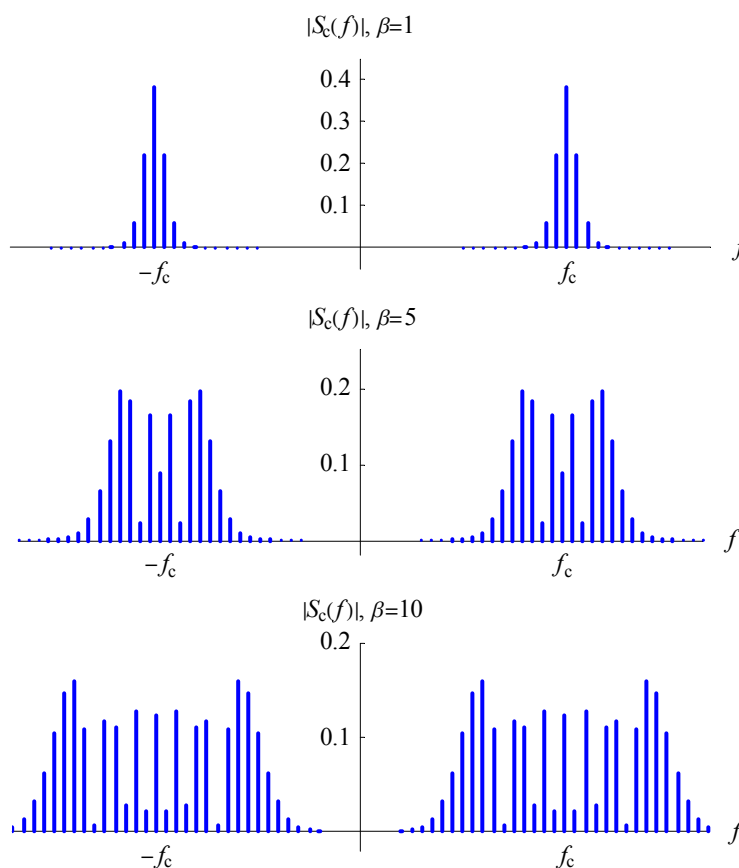


Bild 20: Fourier-Spektren von FM-Signalen bei sinusförmiger Modulation

Das FM-Spektrum ist prinzipiell unendlich ausgedehnt, auch wenn das Basisbandsignal bandbegrenzt ist. Allerdings werden die spektralen Linien sehr klein, wenn n groß wird, da die entsprechenden Werte der Bessel-Funktionen sehr klein werden. Als Abschätzung für die Übertragungsbandbreite dient häufig die Carson-Bandbreite. Dabei werden jeweils oberhalb und unterhalb von der Trägerfrequenz $\beta + 1$ Linien berücksichtigt, also

$$B \approx 2(\beta + 1)f_m.$$

Diese Abschätzung wird auf den Fall der Modulation mit einem beliebigen, bandbegrenzten Basisbandsignal übertragen. Setzt man $f_m = f_g$ (obere Grenzfrequenz des Basisbandsignals) und $A_m = 1$, so ist $\beta = f_\Delta / f_m$ (siehe Gl. (30)) und für die Carson-Bandbreite gilt

$$B \approx 2(\beta + 1) f_g = 2(f_\Delta + f_g). \quad (35)$$

Im Falle des FM-Rundfunks zeigt sich, dass Gl. (35) die Bandbreite eines FM-Signals etwas zu niedrig einschätzt. Ein besserer Wert ergibt sich durch die Gleichung

$$B \approx 2(\beta + 2) f_g = 2(f_\Delta + 2 f_g). \quad (36)$$

Wie man anhand von Bild 20 und Gl. (35) bzw. Gl. (36) erkennt, nimmt die Bandbreite eines FM-Signals mit zunehmenden Modulationsindex β bzw. Frequenzhub f_Δ zu. Allgemein spricht man von Schmalband-FM, falls

$$\frac{f_\Delta}{f_m} \ll 1: \quad B \approx 2 f_g,$$

und von Breitband-FM, falls

$$\frac{f_\Delta}{f_m} \gg 1: \quad B \approx 2 f_\Delta.$$

3.3 Modulation und Demodulation von FM-Signalen

Ein einfacher FM-Modulator besteht lediglich aus einem spannungsgesteuerten Oszillator (VCO, Voltage-Controlled Oscillator). Die Frequenz eines VCO ist linear abhängig von der Steuerspannung $s(t)$:

$$f(t) = f_0 + K_v s(t).$$

Dabei ist f_0 die Ruhfrequenz und K_v die Empfindlichkeit des VCOs. K_v hat die Einheit Hz/V. Als Steuerspannung dient das Basisbandsignal $x(t)$. Wie der Vergleich mit Gl. (28) zeigt, bestimmen die Empfindlichkeit des VCO und die Amplitude der Steuerspannung den Frequenzhub. Oft wird mit dem VCO nicht das FM-Signal bei der Trägerfrequenz f_c , sondern bei einer niedrigeren Frequenz erzeugt. Anschließend wird das Signal mit einer Mischstufe auf die gewünschte Trägerfrequenz umgesetzt.

Einen FM-Demodulator auf der Basis eines PLL (Phase-Locked Loop) zeigt Bild 21. Wir haben in Kapitel 2.2 die Anwendung des PLL für die Trägersynchronisation kennen gelernt (Bild 12). Dabei wird das Schleifenfilter so ausgelegt, dass der VCO eine stabile Frequenz liefert und durch Störungen hervorgerufene kurzzeitige Schwankungen ausgeglet werden.

Im Falle der FM-Demodulation wird das PLL-Schleifenfilter so dimensioniert, dass die Steuerspannung $s(t)$ und damit die Frequenz des VCOs den Frequenzänderungen des Eingangssignals folgen kann. Da sich die Frequenz proportional zum Basisbandsignal $x(t)$ ändert, gilt dann $s(t) = x(t)$. Das Ausgangssignal in Bild 21 ist also die Steuerspannung, und nicht wie in Bild 12 das VCO-Signal.

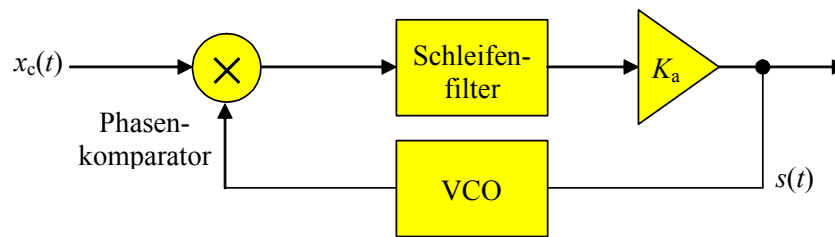


Bild 21: FM-PLL-Demodulator

Ein weiteres Demodulationsverfahren für FM basiert auf der FM-AM-Wandlung. Dabei wird das FM-Signal mit Hilfe eines sog. Diskriminators in ein AM-Signal umgewandelt; anschließend erfolgt die AM-Demodulation z. B. in Form eines Hüllkurvendemodulators. Dieses Verfahren findet sich meist in älteren, vorwiegend mit diskreten Bauelementen aufgebauten Rundfunkempfängern.

Bild 22 zeigt, wie mit Hilfe eines Tiefpasses die FM-AM-Wandlung erfolgt. Die Mittenfrequenz des zu demodulierenden Signals liegt im Bereich der Filterflanke. Am Ausgang des Filters entsteht die Amplitudenmodulation, indem das FM-Signal bei hohen Frequenzen stärker gedämpft wird als bei niedrigen Frequenzen.

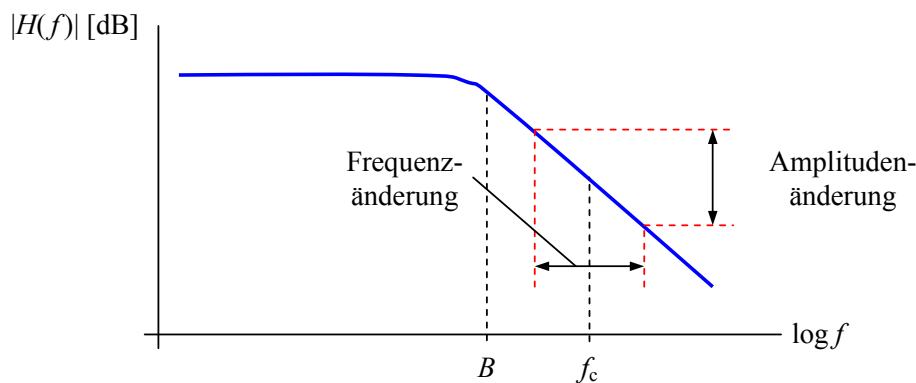


Bild 22: FM-AM-Umsetzung mit einem Tiefpassfilter

Ein Beispiel für ein Signal am Ausgang des Diskriminators im Zeitbereich zeigt Bild 23. Die maximale Amplitudenänderung hängt von der Steilheit der Filterflanke und von der Frequenzänderung des FM-Signals ab.

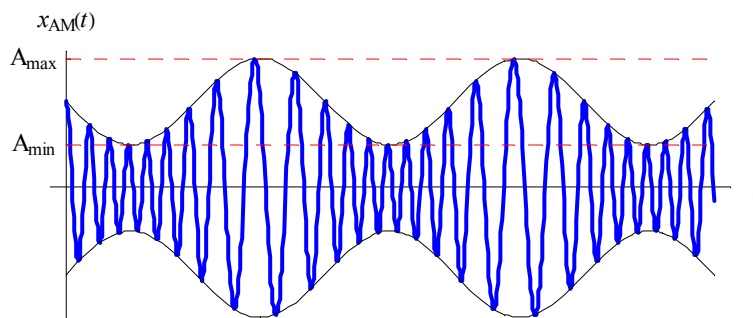


Bild 23: Signal nach der FM-AM-Umsetzung

Entscheidend für die Qualität der Demodulation ist die Linearität der Filterflanke. Wird ein einfacher RC-Tiefpass für die FM-AM-Wandlung verwendet, so gilt für dessen Übertragungsfunktion

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/B)^2}} \approx \frac{B}{f} \quad \text{für } f \gg B.$$

$B = 1/(2\pi RC)$ ist die -3-dB -Grenzfrequenz. Für ein Eingangssignal mit der Frequenz $f = f_c + \Delta f$ erhält man durch Reihenentwicklung um f_c

$$|H(f)| \approx \frac{B}{f_c + \Delta f} = \frac{B}{f_c} \frac{1}{1 + \Delta f / f_c} = \frac{B}{f_c} \left[1 - \left(\frac{\Delta f}{f_c} \right) + \left(\frac{\Delta f}{f_c} \right)^2 - \left(\frac{\Delta f}{f_c} \right)^3 + \dots \right].$$

Für $\Delta f \ll f_c$ gilt

$$|H(f)| \approx \frac{B}{f_c} \left(1 - \frac{\Delta f}{f_c} \right),$$

und die Amplitude der Ausgangsspannung ist proportional zur Frequenzänderung Δf . Insgesamt muss also für eine gute Linearität $\Delta f \ll f_c \ll B$ gelten.

Einen für die digitale Signalverarbeitung geeigneten FM-Demodulator zeigt Bild 24. Das FM-Signal wird zunächst in seine Quadraturkomponenten zerlegt (daher auch die Bezeichnung Quadratur-Demodulator), und die weitere Signalverarbeitung erfolgt im Tiefpassbereich bei entsprechend niedrigen Abtastraten.

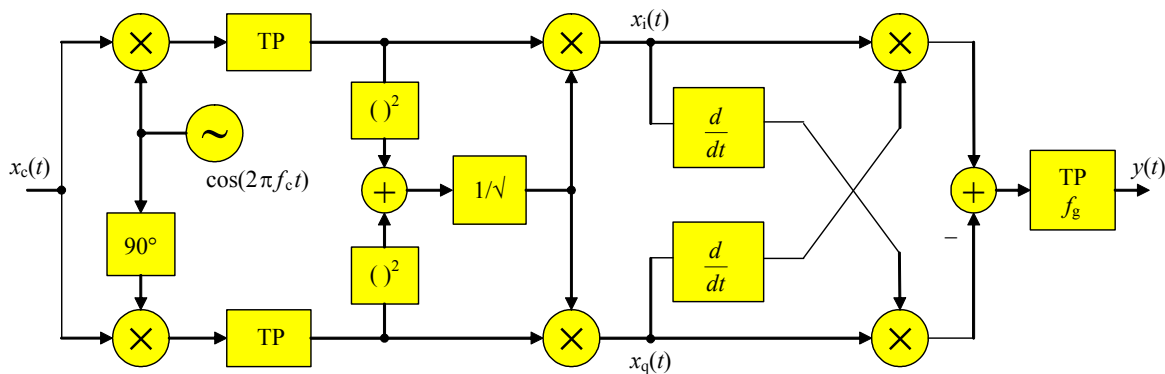


Bild 24: Quadratur-FM-Demodulator

Wir schreiben für das Eingangssignal mit Hilfe von Gl. (26)

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) = A_c \operatorname{Re} \left\{ e^{j\varphi(t)} e^{j2\pi f_c t} \right\}.$$

Die erste Exponentialfunktion ist das zu $x_c(t)$ äquivalente komplexe Tiefpasssignal mit den Quadraturkomponenten (d. h. Real- und Imaginärteil)

$$x_i(t) = \cos \varphi(t), \quad x_q(t) = \sin \varphi(t).$$

Indem die Quadraturkomponenten durch $\sqrt{x_i^2(t) + x_q^2(t)}$ dividiert werden, wird eine evt. vorhandene Amplitudenmodulation entfernt (der Faktor $1/2$ wurde vereinfachend weggelassen). Wie man dem Blockschaltbild Bild 24 entnehmen kann, werden die in der Amplitude normierten Quadraturkomponenten $x_i(t)$ und $x_q(t)$ differenziert und der Ausdruck

$$y(t) = x_i(t) \frac{d x_q(t)}{dt} - x_q(t) \frac{d x_i(t)}{dt} = \frac{d \varphi(t)}{dt} \cos^2 \varphi(t) + \frac{d \varphi(t)}{dt} \sin^2 \varphi(t) = \frac{d \varphi(t)}{dt}$$

gebildet. Im Falle der FM können wir für $\varphi(t)$ mit Hilfe von Gl. (29)

$$\varphi(t) = 2 \pi f_{\Delta} \int_0^t x(\tau) d\tau$$

schreiben und damit

$$y(t) = \frac{d \varphi(t)}{dt} = 2 \pi f_{\Delta} x(t).$$

Das Ausgangssignal ist also bis auf einen Amplitudenfaktor identisch zum Basisbandsignal $x(t)$. Zwar wurde für die obige Ableitung ein zum Träger synchrones LO-Signal angenommen, eine perfekte Synchronisation des lokalen Oszillators ist jedoch nicht erforderlich. Eine Phasendifferenz des LO bezogen auf das Trägersignal hat keinen Einfluss auf das Ausgangssignal. Eine Frequenzdifferenz macht sich in einem Gleichanteil im Ausgangssignal bemerkbar, der leicht entfernt werden kann (aber den Dynamikbereich einschränkt).

3.4 Störverhalten

Wir wollen, ähnlich wie in Kapitel 2.3, auch für die FM das Signal-Rausch-Verhältnis des demodulierten Signals in Abhängigkeit vom Signal-Rausch-Verhältnis auf der HF-Seite bestimmen. Wir legen für die Analyse das Empfängermodell in Bild 25 zugrunde. Es unterscheidet sich von dem Modell Bild 15 durch die Verwendung eines FM-Demodulators anstelle eines AM-Demodulators und durch einen vor dem Demodulator angeordneten Begrenzer. Dieser begrenzt die Amplitude des FM-Signals und beseitigt Amplitudenschwankungen, die sich sonst auch auf das demodulierte Signal auswirken würden.

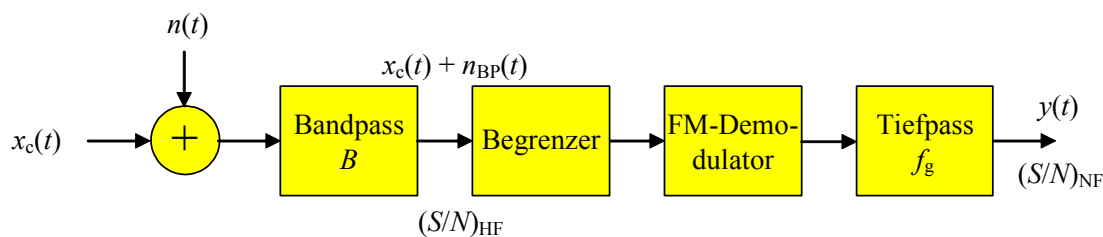


Bild 25: Modell eines FM-Empfängers

Da das FM-Signal eine konstante Amplitude hat, gilt für dessen Leistung

$$S_{HF} = \frac{1}{2} A_c^2.$$

Bei dem Rauschsignal $n(t)$ handle es sich um weißes, gaußsches Rauschen mit der Leistungsdichte $n_0/2$. Für die Rauschleistung nach dem Bandpass der Bandbreite B , die gleich der Bandbreite des FM-Signals gewählt wird, folgt

$$N_{HF} = n_0 B$$

und für das Signal-Rausch-Verhältnis

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{HF}} = \frac{A_c^2/2}{n_0 B} = \frac{S_{\text{HF}}}{n_0 B} = \frac{S_{\text{HF}}}{n_0 2(\beta+1)f_g}. \quad (37)$$

Dabei haben wir für B die Carson-Bandbreite gemäß Gl. (35) eingesetzt. Mit Hilfe von Gl. (26) und Gl. (18) schreiben wir für die Summe aus Nutzsignal und Rauschen nach dem Bandpassfilter

$$x_c(t) + n_{\text{BP}}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) + n_i(t) \cos(2\pi f_c t) - n_q(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (38)$$

Wir bestimmen nun das Signal-Rausch-Verhältnis am Demodulatorausgang. Die Funktion des FM-Demodulators kann dadurch beschrieben werden, dass das Eingangssignal zunächst differenziert und anschließend die Hüllkurve extrahiert wird. Wir differenzieren dazu das Nutzsignal und erhalten

$$\frac{d x_c(t)}{dt} = -A_c \left(2\pi f_c + \frac{d\varphi(t)}{dt} \right) \sin(2\pi f_c t + \varphi(t)).$$

Die Hüllkurve enthält neben einem Gleichanteil das Nutzsignal:

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = 2\pi f_\Delta x(t). \quad (39)$$

Zunächst bestimmen wir die Rauschleistung am Ausgang. Es lässt sich zeigen, dass $\varphi(t)$ keinen Einfluss auf die Rauschleistung hat und daher zu null gesetzt werden kann [3]. Mit Hilfe der trigonometrischen Identität für $a \cos x + b \sin x$ formen wir Gl. (38) um zu

$$\begin{aligned} x_c(t) + n_{\text{BP}}(t) &\approx (A_c + n_i(t)) \cos(2\pi f_c t) - n_q(t) \sin(2\pi f_c t) \\ &= \sqrt{(A_c + n_i(t))^2 + n_q^2(t)} \cos\left(2\pi f_c t - \arctan \frac{-n_q(t)}{A_c + n_i(t)}\right). \end{aligned}$$

Durch den Begrenzer werden Amplitudenschwankungen in Form des Wurzelterms beseitigt. Für ein großes Signal-Rausch-Verhältnis am Eingang ist $A_c \gg n_i(t)$. Dann ist das Argument der arctan-Funktion näherungsweise $-n_q(t)/A_c$ und mit $\arctan x \approx x$ für $x \ll 1$ erhalten wir für das Signal am Eingang des Demodulators

$$w(t) \approx \cos\left(2\pi f_c t + \frac{n_q(t)}{A_c}\right).$$

Wie zuvor gezeigt, differenziert der Demodulator das Signal und extrahiert die Hüllkurve, also

$$2\pi f_c + \frac{1}{A_c} \frac{d n_q(t)}{dt} = 2\pi f_c + r(t).$$

Der zweite Term auf der linken Seite mit der Ableitung von $n_q(t)$ ist das Rauschsignal am Demodulatorausgang, das wir mit $r(t)$ bezeichnen. Bei $n_q(t)$ handelt es sich um bandbegrenztetes Rauschen. Es hat die konstante Leistungsdichte n_0 innerhalb der Bandbreite $B/2$:

$$\phi_n(f) = n_0 \text{rect}\left(\frac{f}{B}\right).$$

Ein idealer Differenzierer hat die Übertragungsfunktion $H(f) = j 2\pi f$. Damit gilt für die Leistungsdichte von $r(t)$

$$\phi_r(f) = |H(f)|^2 \frac{1}{A_c^2} \phi_n(f) = \frac{(2\pi f)^2}{A_c^2} n_0 \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) = \frac{2(\pi f)^2}{S_{\text{HF}}} n_0 \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right). \quad (40)$$

Bild 26 zeigt die Leistungsdichte des Rauschens am Demodulatorausgang. Das Rauschen hat keine konstante Leistungsdichte, sondern diese hängt quadratisch von der Frequenz f ab.

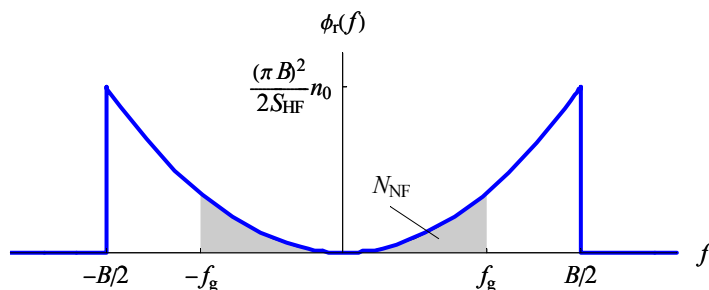


Bild 26: Leistungsdichtespektrum des Rauschens am Ausgang des FM-Demodulators

Nach dem Demodulator befindet sich in unserem Empfängermodell noch ein idealer Tiefpass mit der Bandbreite f_g , der Bandbreite des Basisbandsignals. Als letzten Schritt zur Berechnung der Rauschleistung am Ausgang bestimmen wir die Leistung von $r(t)$ innerhalb des Frequenzbereichs $\pm f_g$:

$$N_{\text{NF}} = \int_{-f_g}^{f_g} \phi_r(f) df = \int_{-f_g}^{f_g} \frac{2(\pi f)^2}{S_{\text{HF}}} n_0 df = \frac{4\pi^2}{3} \frac{n_0}{S_{\text{HF}}} f_g^3. \quad (41)$$

N_{NF} ist gleich der Fläche unter $\phi_r(f)$ im Bereich $\pm f_g$ (siehe Bild 26). Gl. (41) erklärt auch einen Effekt, den Sie vielleicht schon beim Empfang eines FM-Rundfunksenders beobachtet haben: Wenn man die Empfangsfrequenz langsam ändert, hört man zwischen zwei Sendern ein deutliches Rauschen. Erreicht man einen Sender, verschwindet das Rauschen plötzlich fast vollständig. Dies wird besonders deutlich, wenn der Sender gerade unmoduliert ist, beispielsweise während einer Sprech- oder Musikpause. Grund für dieses Phänomen ist die Sendleistung S_{HF} im Nenner von Gl. (41). Beim Erreichen eines Senders wird der Nenner groß und damit N_{NF} klein.

Wird der Träger moduliert, d. h. es ist $\varphi(t) \neq 0$, so überlagern sich Nutz- und Rauschsignal additiv am Demodulatorausgang, sofern das Signal-Rausch-Verhältnis am Empfängereingang ausreichend groß ist. Das Nutzsignal ist durch Gl. (39) gegeben und hat die Leistung

$$S_{\text{NF}} = (2\pi f_{\Delta})^2 \overline{x^2(t)} = (2\pi f_{\Delta})^2 P_x.$$

Damit gilt für das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{NF}} = 3 \left(\frac{f_{\Delta}}{f_g}\right)^2 \frac{S_{\text{HF}}}{n_0 f_g} P_x = 3\beta^2 \frac{S_{\text{HF}}}{n_0 f_g} P_x,$$

wobei der FM-Modulationsindex $\beta = f_{\Delta}/f_g$ eingesetzt wurde. Wir setzen nun noch das Signal-Rausch-Verhältnis am Eingang (Gl. 37)) und am Ausgang ins Verhältnis und erhalten

$$\mathbf{FM:} \quad \frac{(S/N)_{\text{NF}}}{(S/N)_{\text{HF}}} = 6\beta^2(\beta+1)P_x. \quad (42)$$

Bild 27 zeigt $(S/N)_{\text{NF}}$ (in dB) als Funktion von $(S/N)_{\text{HF}}$ (ebenfalls in dB) für verschiedene Modulationsindizes. Für ein großes $(S/N)_{\text{HF}}$ folgt $(S/N)_{\text{NF}}$ dem linearen Zusammenhang gemäß Gl. (42). Ein großes $(S/N)_{\text{HF}}$ war ja auch eine der Annahmen, unter der der Zusammenhang nach Gl. (42) bestimmt wurde. Wird $(S/N)_{\text{HF}}$ kleiner als ca. 10 dB [2], so gilt dieser Zusammenhang nicht mehr und $(S/N)_{\text{NF}}$ verschlechtert sich drastisch. Dies ist als FM-Schweleneffekt bekannt und in Bild 27 durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet. Unterhalb dieser FM-Schwelle sind Nutzsignal und Rauschen am Demodulatorausgang nicht mehr additiv überlagert. Zum Vergleich ist auch die entsprechende Gleichung (23) für DSB mit eingezeichnet.

Bei Modulation mit einem sinusförmigen Signal der Amplitude 1 ist $P_x = 1/2$. Für $\beta = 10$ ergibt sich gemäß Gl. (42) ein Verhältnis von 3300 oder 35,2 dB. Für $\beta = 5$ erhält man 450 oder 26,5 dB. Das Signal-Rausch-Verhältnis ist am Empfängerenausgang also um 35,2 dB bzw. 26,5 dB besser als am Empfängereingang. Je größer dieser Gewinn, desto größer ist aber auch die erforderliche Übertragungsbandbreite: für $\beta = 10$ ist eine Bandbreite von ca. $22f_g$ und für $\beta = 5$ ist eine Bandbreite von ca. $12f_g$ erforderlich. Die bessere Übertragungsqualität bei FM ist also mit einem größeren Bandbreitebedarf verbunden. Bild 28 zeigt das Ergebnis einer Matlab-Simulation des Demodulators nach Bild 24. Hier wurden die Parameter des FM-Rundfunks zugrunde gelegt. Der Frequenzhub beträgt 75 kHz, die NF-Bandbreite 60 kHz, und das NF-Signal ist ein Zweitonsignal mit der Leistung $P_x = 0,25$. Auch hier ist deutlich der Schweleneffekt zu erkennen.

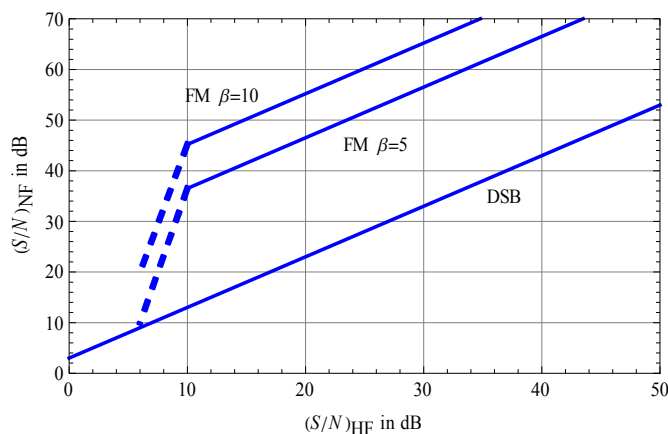


Bild 27: Störabstände bei Frequenzmodulation

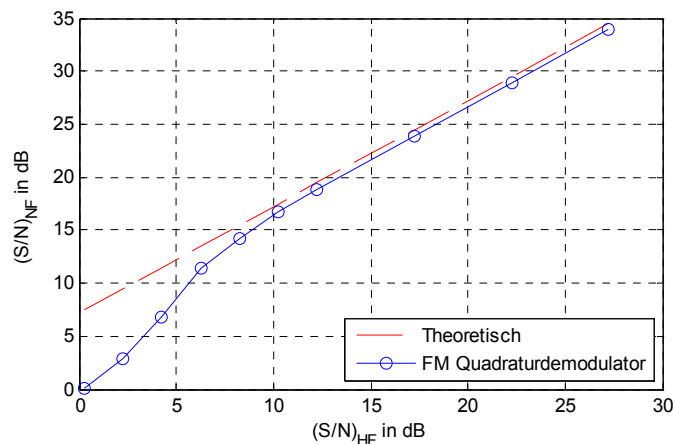


Bild 28: Störabstand für den FM-Demodulator nach Bild 24 (die Matlab-Dateien sind auf der Homepage www.fh-schmalkalden.de/roppel_digicom erhältlich)

4 Rundfunk- und Fernsehtechnik

4.1 Analoger Hörrundfunk

Amplitudenmodulation wird im Hörrundfunk in den Frequenzbändern von 150 kHz bis 285 kHz (Langwelle), 525 kHz bis 1605 kHz (Mittelwelle) und 6 MHz bis 19 MHz (Kurzwellen) eingesetzt. Die Bandbreite des NF-Signals ist auf 4,5 kHz begrenzt, daraus resultiert eine Bandbreite des HF-Signals von 9 kHz. Entsprechend liegen die Sendefrequenzen in einem 9-kHz-Raster. In den USA beträgt die NF-Bandbreite 5 kHz und die HF-Bandbreite 10 kHz.

Der UKW-Rundfunk im Frequenzbereich von 87 MHz bis 108 MHz (Ultrakurzwellen) verwendet Frequenzmodulation. Die Bandbreite des NF-Signals beträgt 15 kHz und ist damit deutlich größer als im AM-Rundfunk, neben dem störunempfindlicheren Modulationsverfahren (FM) ein Grund für die deutlich bessere Audio-Qualität. Der Frequenzhub beträgt 75 kHz und die Bandbreite des HF-Signals ca. 400 kHz.

Rundfunkempfänger sind meist als Superheterodyn-Empfänger (kurz: Superhet, Überlagerungsempfänger) aufgebaut. Bild 29 zeigt das Blockschaltbild. Das Eingangssignal wird in einem Mischer mit dem Signal eines lokalen Oszillators (LO) multipliziert. Dadurch wird das Signal in der Frequenz um $\pm f_{LO}$ verschoben. Die Abstimmung des Empfängers auf die gewünschte Empfangsfrequenz f_c erfolgt durch Veränderung der LO-Frequenz. Diese wird so eingestellt, dass der gewünschte Sender auf die feste Zwischenfrequenz f_{ZF} umgesetzt wird, d. h. es gilt $f_{LO} = f_c \pm f_{ZF}$. Nach dem Mischer folgt das Zwischenfrequenzfilter der Bandbreite B . Dieses Filter lässt das gewünschte Empfangssignal passieren und dämpft benachbarte Signale mit hoher Selektivität. Anschließend erfolgt die Demodulation des Signals.

Vor der Mischstufe befindet sich noch ein Bandpass der Bandbreite B_{HF} . Dieses Filter hat die Aufgabe, Spiegelfrequenzen zu unterdrücken. Dies sind Frequenzen, die durch den Mischvorgang ebenfalls in den Bereich der Zwischenfrequenz verschoben werden und sich dem gewünschten Signal überlagern würden ([1], Kapitel 5.5). AM-Empfänger arbeiten in der Regel mit einer Zwischenfrequenz von 455 kHz. Die FM-Zwischenfrequenz liegt meist bei 10,7 MHz.

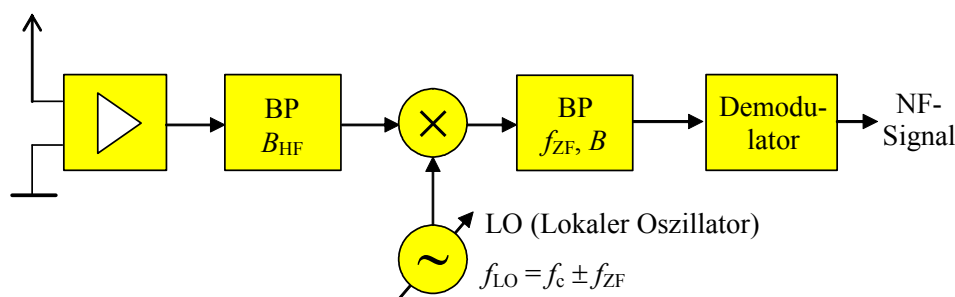


Bild 29: Superheterodyn-Empfänger

Um das Signal-Rausch-Verhältnis weiter zu verbessern, werden beim FM-Rundfunk hohe Frequenzen des NF-Signals senderseitig angehoben (Preemphase) und im Empfänger wieder abgesenkt (Deemphase). Dies geschieht mit Hilfe einfacher RC-Hoch- und Tiefpässe

(Bild 30). Für die -3-dB -Grenzfrequenz der Filter gilt $f_1 = 1/(2\pi R_1 C) = 3,2\text{ kHz}$ (USA: $2,1\text{ kHz}$). Der Vorteil dieses Verfahrens wird anhand von Bild 26 deutlich: nach der Absenkung hoher Frequenzen im Empfänger hat das Nutzsignal den ursprünglichen Frequenzgang, das besonders bei hohen Frequenzen vorhandene Rauschen ist aber deutlich niedriger als ohne Deemphase. Mit Hilfe der Preemphase/Deemphase wird eine Verbesserung des Signal-Rausch-Abstands nach der Demodulation von ca. 13 dB erreicht.

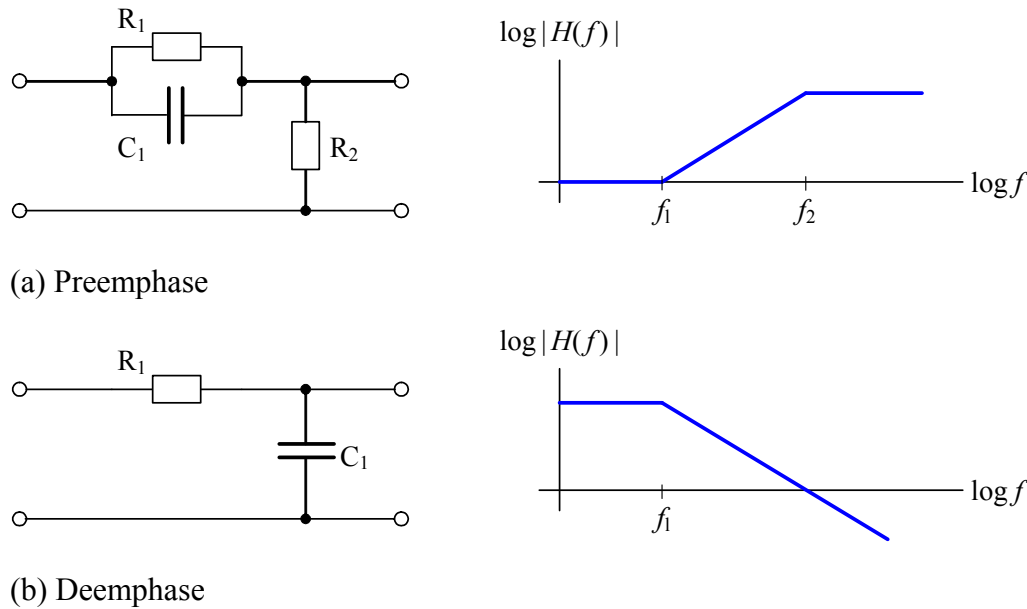


Bild 30: FM-Preemphase und Deemphase

Mit der Einführung der FM-Stereoübertragung wird im unteren Frequenzbereich bis 15 kHz das Summensignal aus rechtem und linken Kanal, $x_l(t) + x_r(t)$, übertragen. Dadurch erhält auch ein Monoempfänger die Information aus beiden Kanälen. Das Differenzsignal $x_l(t) - x_r(t)$ wird mit Hilfe der Zweiseitenband-AM (DSB) auf einen Träger bei 38 kHz aufmoduliert. Das DSB-Signal enthält keinen Träger. Stattdessen wird der so genannte Stereo-Pilotton bei der halben Trägerfrequenz von 19 kHz übertragen. Bild 31 zeigt das resultierende Spektrum des Basisbandsignals.

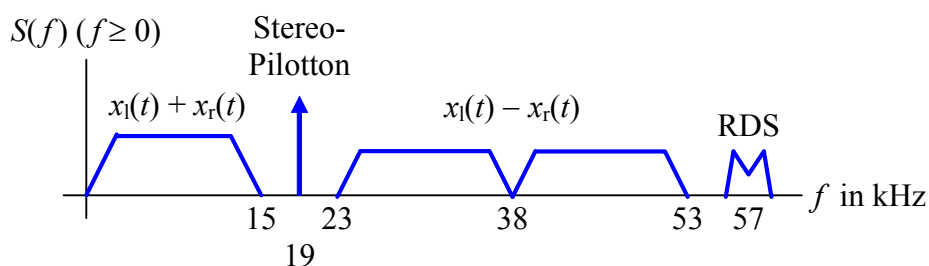


Bild 31: Fourier-Spektrum des FM-Stereo-Basisbandsignals

Blockschaltbilder zur Erzeugung und Decodierung des Stereosignals zeigt Bild 32. Mit Hilfe des Pilottons kann der Empfänger nach einer Frequenzverdopplung das DSB-Signal kohärent demodulieren.

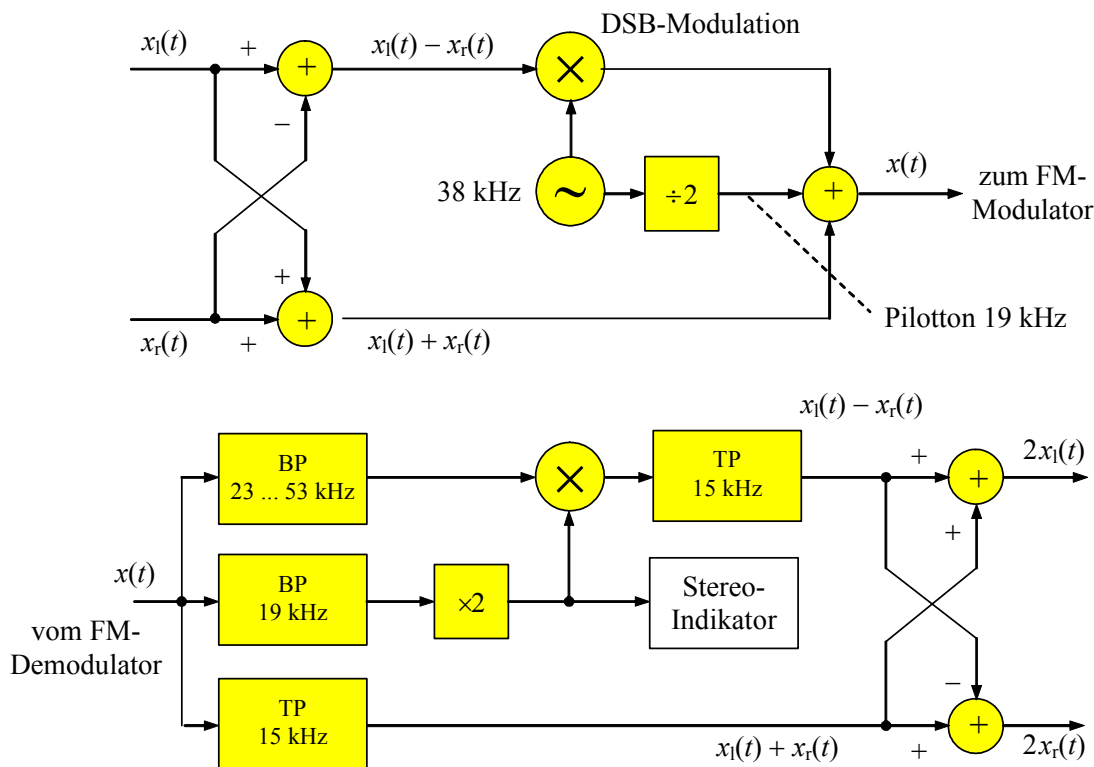


Bild 32: Erzeugung und Decodierung des FM-Stereosignals

Ebenfalls in Bild 31 enthalten ist das RDS-Signal (Radio Data System) bei 57 kHz. Über RDS werden digitale Zusatzinformationen wie beispielsweise eine Senderkennung, alternative Empfangsfrequenzen, Texte oder Verkehrsinformationen (TMC: Traffic Message Channel) übertragen. Das RDS-Signal wird senderseitig dem Basisbandsignal hinzugefügt; anschließend erfolgt die FM-Modulation.

Als Modulationsverfahren wird eine binäre Phasenumtastung bei einer Trägerfrequenz von 57 kHz verwendet. Diese ist genau gleich dem dreifachen der Frequenz des Stereo-Pilottons. Das digitale Signal wird vor der Modulation differenziell codiert und anschließend Manchester-codiert. Für die Pulsformung wird ein Wurzel-Kosinus-roll-off-Filter mit einem Roll-off-Faktor von $\alpha = 1$ verwendet. Die Bitrate beträgt 1187,5 bit/s, dies ist genau 1/48 der Trägerfrequenz. Die Symbolrate (nach der Manchester-Codierung) beträgt 2375 baud. Das modulierte Signal hat eine Bandbreite von ca. 4,8 kHz [5].

4.2 Analoges Fernsehgrundfunk

Die Bandbreite der Videokomponente eines analogen Fernsehsignals im Basisband beträgt ca. 5 MHz. Sie wird im Wesentlichen von der Anzahl der Bildpunkte und der Bildwiederholfrequenz bestimmt. Für die Übertragung des Videosignals wird die Restseitenbandmodulation verwendet. Der Ton wird frequenzmoduliert 5,5 MHz oberhalb des Bildträgers übertragen. Der Frequenzhub beträgt 50 kHz und die Bandbreite ca. 500 kHz.

Bild 33 zeigt das Spektrum eines Fernsehsignals [6]. Vom unteren Seitenband wird ein Frequenzbereich der Breite 1,25 MHz mit übertragen. Das eigentliche Restseitenbandfilter sitzt jedoch nicht im Sender, sondern im Empfänger, wo es aufgrund der niedrigen Leistungen

einfacher zu realisieren ist. Bild 33 unten zeigt die Filterübertragungsfunktion mit der bzgl. f_c schiefsymmetrischen Filterflanke.

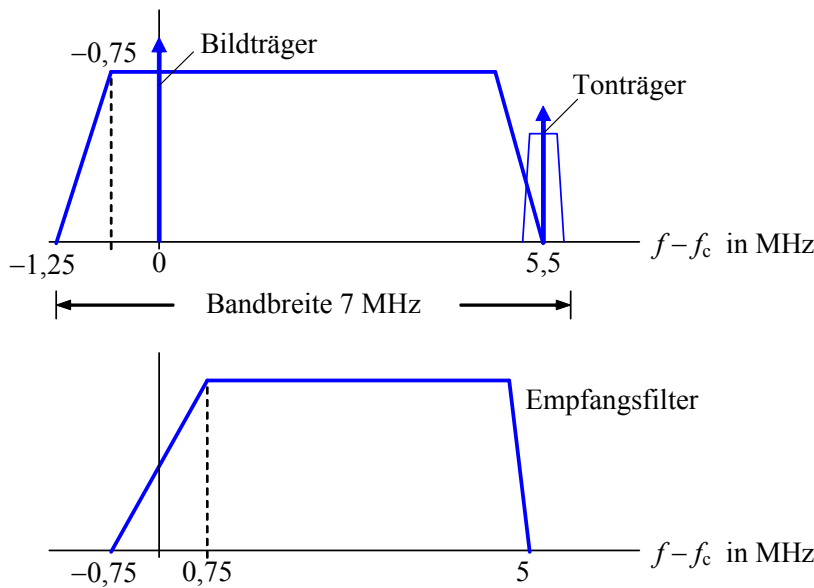


Bild 33: Fernsehsignal und Restseitenbandfilter

Die terrestrische Ausstrahlung von analogen Fernsehsignalen erfolgt in 7 oder 8 MHz breiten Kanälen. In anderen Ländern werden auch 6-MHz-Kanäle verwendet. In Tabelle 2 sind die Bänder und deren Frequenzbereiche zusammengestellt. Bild 34 zeigt das Kanalaraster im Breitbandkabelnetz [1]. Beim Übergang von der analogen auf die digitale Übertragung wird das Kanalschema beibehalten, d. h. anstelle eines analogen Fernsehsignals wird ein digitales Signal gleicher Bandbreite ausgestrahlt. Bei der analogen Fernsehübertragung über Satellit wird als Modulationsart FM verwendet. Die Bandbreite beträgt hier typisch 26 bis 36 MHz.

Tabelle 2: Frequenzbänder für terrestrische Ausstrahlung von Fernsehsignalen

Band	Kanäle	Kanalabstand	Frequenzbereich
I	K2 – K4	7 MHz	47 – 68 MHz
III	K5 – K12	7 MHz	174 – 230 MHz
IV	K21 – K37	8 MHz	470 – 606 MHz
V	K38 – K68	8 MHz	606 – 854 MHz

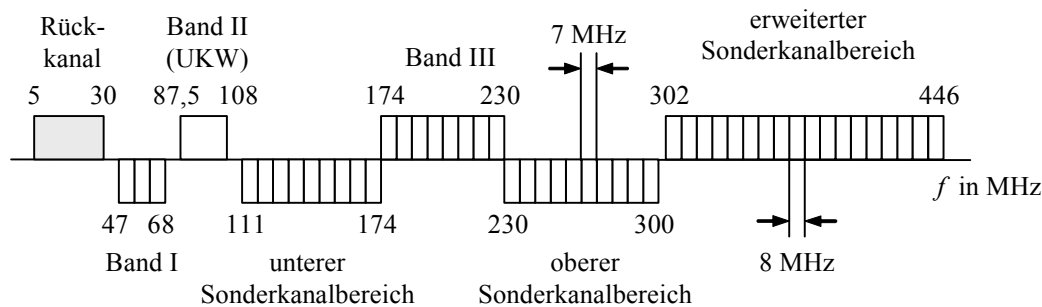


Bild 34: Kanalschema des BK-450-MHz-Systems

Literaturverzeichnis

- [1] Roppel, C.: *Grundlagen der digitalen Kommunikationstechnik*. Hanser Verlag, 2006.
- [2] Kammeyer, K. D.: *Nachrichtenübertragung*. Teubner, 2. Aufl., 1996.
- [3] Couch, L. W.: *Digital and Analog Communication Systems*. Pearson Prentice Hall, 7th Ed., 2007.
- [4] Zierl, Richard: *Wir bauen Rundfunkempfänger – Vom Schwingkreis zum KW-Empfänger*. Telekosmos-Verlag, Franck'sche Verlagshandlung, 1972.
- [5] EN50067: *Specification of the radio data system (RDS) for VHF/FM sound broadcasting in the frequency range from 87,5 to 108,0 MHz*. CENELEC, 1998.
- [6] Morgenstern, B.: *Farbfernsehtechnik*. Teubner, 4. Aufl., 1994.